Messung und Analyse von Ratenfluktuationen am HERA-B-Target

Diplomarbeit

vorgelegt von
Christopher Knierim

Lehrstuhl für
Experimentelle Physik V
Fachbereich Physik
Universität Dortmund

Februar 2000

A destination is often determined.
How we get there is a matter of attitude.

Inhaltsverzeichnis

Einleitung

Die Welt der kleinsten Teilchen wird vom Standardmodell der Elementarteilchenphysik mit großem Erfolg beschrieben. Gerade deshalb fühlen sich die Hochenergiephysiker immer wieder aufs neue herausgefordert, seine Vorhersagekraft an den Grenzen des experimentell Möglichen zu testen.
Der Nachweis der CP-Verletzung im System der neutralen B-Mesonen ist eine der noch offenen Fragen, deren Beantwortung sich die Wissenschaft zum Ziel gesetzt hat. Zu diesem Zweck wird am Deutschen Elektronen-Synchrotron (DESY) in Hamburg der HERA–B–Detektor aufgebaut.
Bei HERA–B erfolgt die Produktion der B-Mesonen in Reaktionen hochenergetischer Protonen mit Draht-Targets[1]. Dazu werden die Drähte in den äußeren Bereich des HERA-Protonenstrahles bewegt.
Unbedingte Vorraussetzung für das Gelingen des HERA-B-Experimentes ist eine effektive Datennahme; dazu ist es unter anderem notwendig, die Produktionsrate der in den inelastischen Reaktionen erzeugten Hadronen möglichst konstant zu halten. Obwohl zu diesem Zweck ein leistungsfähiges Target-Kontroll- und -Steuerungssystem aufgebaut worden ist, welches erfolgreich zur Stabilisierung der Rate beiträgt, treten dennoch Ratenfluktuationen auf, welche die Datennahme-Effizienz des HERA-B-Detektors zum Teil stark reduzieren. Das Spektrum möglicher Fluktuationsquellen reicht dabei von niederfrequenten Strahllage-Oszillationen bis hin zu hochfrequenten Rauschanteilen und chaotischen Teilchenbewegungen im Protonenstrahl. Auch ist zu erwarten, daß Drahtmaterial und Drahtorientierung der verwendeten Targets sowie die Höhe der Wechselwirkungsrate einen Einfluß auf die Größe von Ratenfluktuationen haben.
Um die Ratenfluktuationen am HERA-B-Target auf ein Mindestmaß zu reduzieren, ist ein umfassendes Verständnis ihrer Ursachen nötig. Diese Arbeit hat zum Ziel, mögliche Quellen von Ratenfluktuationen zu identifizieren und den Einfluß verschiedener Parameter auf die Stärke der Fluktuationen zu untersuchen. In diesem Zusammenhang wurde ein Meßsystem aufgebaut, welches die Aufzeichnung von Zeitserien der HERA-B-Wechselwirkungsrate über einen weiten Bereich möglicher Meßzeiten erlaubt. Dieses System ermöglicht umfangreiche Studien von Ratenfluktuationen; wie in dieser Arbeit gezeigt wird, gibt die Analyse von Ratenbreiten und von spektralen Verteilungen der Rate in vielen Fällen deutliche Hinweise auf die Ursachen der Fluktuationen. Auch nichtlineare Ratenfluktuationen, hervorgerufen durch chaotische Bewegungen der Pro-

---

[1] Target, engl: Ziel

tonen in ihrem Phasenraum, werden im Rahmen dieser Arbeit, nach einer Einführung in die benötigten Analysewerkzeuge, untersucht.
Der Aufbau der Arbeit gliedert sich wie folgt:

- Kapitel 1 führt kurz in die physikalischen Ziele des HERA-B-Experimentes ein. Es folgt die Beschreibung des Detektorsystems und des HERA-B-Targets im Besonderen.
- Kapitel 2 beschreibt das Konzept der Messung von Zeitserien sowie den Aufbau der Meßelektronik und der Datennahme.
- Das dritte Kapitel widmet sich der Simulation von Wechselwirkungen auf Bunchniveau; sie werden zum Vergleich der Meßdaten mit einem wohlverstandenen System benötigt.
- Kapitel 4 widmet sich der Analyse von Ratenfluktuationen in Abhängigkeit verschiedener Parameter. Die verwendeten Analysemethoden werden zunächst vorgestellt; es folgen Untersuchungen der Ratenfluktuationen in Abhängigkeit der Meßzeit und der Wechselwirkungsrate, sowie eine Analyse unterschiedlicher Drahtorientierungen und -materialien. Ebenso werden Bodenvibrationen thematisiert.
- Im fünften Kapitel wird, nach einer Einführung in die Welt des deterministischen Chaos und seiner Analysemethoden, die Abhängigkeit der Ratenfluktuationen von nichtlinearen Effekten untersucht. Dabei wird unter anderem diskutiert, welche Anforderungen an das Meßsystem gestellt werden müssen, damit Untersuchungen nichtlinearen Verhaltens möglich sind.
- Die Arbeit schließt mit einer kurzen Zusammenfassung in Kapitel 6.

Kapitel 1

Das HERA-B-Experiment und der HERA-Protonenstrahl

Im folgenden werden die Ziele des HERA-B-Experimentes kurz zusammengefaßt. Schematisch wird der Aufbau des HERA-Speicherringes und des HERA-B-Experimentes beschrieben; das Spektrometer- und Teilchenidentifikationssystem sowie die Datennahme und das Triggersystem werden kurz vorgestellt. Besondere Betonung liegt auf der Beschreibung des HERA-B-Targets, da es Gegenstand der Untersuchungen dieser Arbeit ist.

1.1 Die physikalischen Fragestellungen bei HERA-B

1.1.1 CP-Verletzung im $B^0/\overline{B^0}$-System

Im Standardmodell der Teilchenphysik werden schwache Übergänge zwischen Quarks durch die CKM-Matrix[1] [1] beschrieben. Dabei lassen sich die in schwachen Zerfällen auftretenden Quark-Zustände d', s', b' als Mischung ihrer Masseneigenzustände d, s, b verstehen:

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \mathbf{V}_{CKM} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \mathbf{V}_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}. \tag{1.1}$$

Die einzelnen Matrixelemente geben die Amplitude an, mit der sich ein Quark unter schwacher Wechselwirkung in ein anderes umwandelt; daß sie komplex sein können, ist eine notwendige Voraussetzung für CP-Verletzung [2].
Nach Wolfenstein [3] läßt sich die CKM-Matrix nach Ordnungen von

$$\lambda = \sin\theta_C \approx 0.22 \tag{1.2}$$

entwickeln, wobei θ_C der Cabibbo-Winkel ist; dabei werden die vier freien Parameter der Matrix - drei Rotations- und ein Phasenwinkel - in die reellen Parameter λ, A, ρ

---

[1] CKM-Matrix: Cabibbo-Kobayashi-Maskawa-Mischungsmatrix

und η überführt:

$$\mathbf{V}_{CKM} \approx \begin{pmatrix} 1-\frac{\lambda^2}{2} & \lambda & \lambda^3 A(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1-\frac{\lambda^2}{2} & \lambda^2 A \\ \lambda^3 A(1-\rho-i\eta) & -\lambda^2 A & 1 \end{pmatrix}. \tag{1.3}$$

Da die CKM-Matrix zwei Basissysteme ineinander transformiert, muß sie unitär sein; eine spezielle Unitaritätsbedingung lautet:

$$V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* = 0. \tag{1.4}$$

Normiert man diese auf $V_{cd}V_{cb}^*$, so kann sie als Dreieck in der komplexen Ebene dargestellt werden (siehe Abbildung 1.1). CP-Verletzung kann nur dann auftreten, wenn die Matrixelemente V_{td} und V_{ub} komplex werden, das heißt, $\eta \neq 0$ gilt.

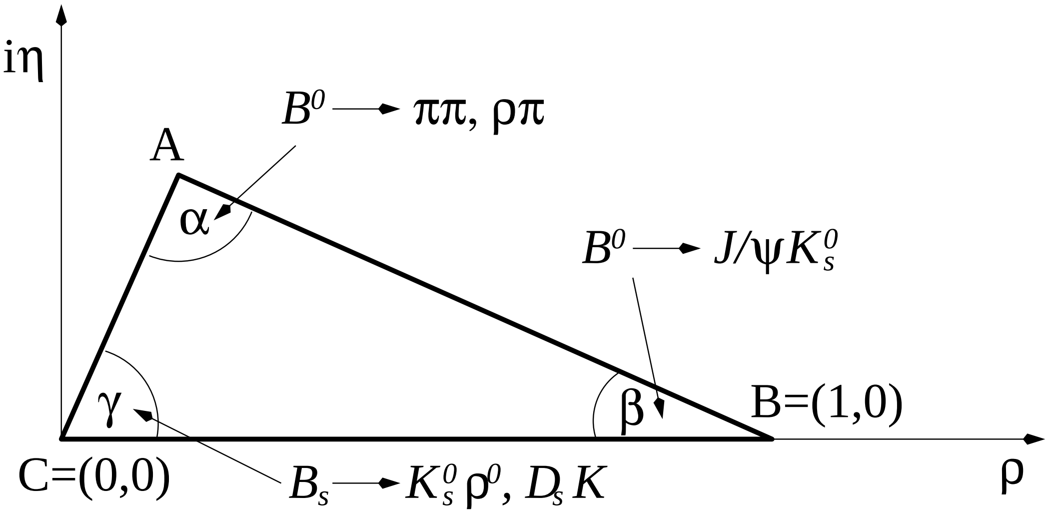


Abbildung 1.1: Das Unitaritätsdreieck in der komplexen Ebene; seine Winkel lassen sich durch Untersuchung der angedeuteten Zerfälle bestimmen.

Das HERA-B-Experiment soll CP-Verletzung im System der neutralen B-Mesonen nachweisen. Dazu werden Asymmetrien in $B^0/\overline{B^0}$-Zerfällen untersucht; bei HERA-B konzentriert man sich dabei hauptsächlich auf die Messung des Winkels β des Unitaritätsdreiecks. Die benötigten B-Mesonen werden bei Proton-Nukleon-Reaktionen durch starke Wechselwirkung erzeugt:

$$pN \rightarrow b\bar{b} + X \rightarrow B^0 + B^- + X',$$
$$pN \rightarrow b\bar{b} + X \rightarrow \overline{B^0} + B^+ + X'.$$

Dabei bezeichnen X und X' den hadronischen Rest der Reaktion.
Der bei HERA-B untersuchte Zerfallskanal

$$B^0(\overline{B^0}) \rightarrow J/\psi\ K_S^0 \rightarrow l^+l^- + \pi^+\pi^- \tag{1.5}$$

wird wegen seiner deutlichen Signatur auch der “Goldene Zerfall” genannt; neben zwei entgegengesetzt geladenen Leptonen aus dem Zerfall des J/ψ entstehen zwei π-Mesonen entgegengesetzter Ladung, welche aus dem K^0_S-Zerfall stammen (siehe Abbildung 1.2). Wie im $K^0/\overline{K^0}$-System mischen B^0 und $\overline{B^0}$ miteinander [4]. Während der Zerfall des

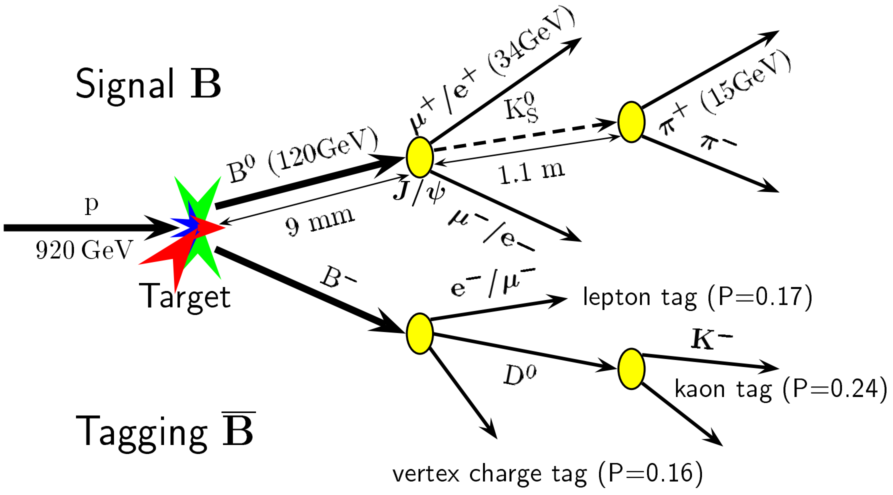


Abbildung 1.2: Der Goldene Zerfall.

$B^0(\overline{B^0})$ in den CP-Eigenzustand $J/\psi\ K^0_S$ eine reelle Übergangsamplitude besitzt, gehen in die Übergänge $B^0 \rightleftharpoons \overline{B^0}$ die komplexen CKM-Matrixelemente V_{td} bzw. V^*_{td} ein; sie führen zu einer CP-verletzenden Phase in der Übergangsamplitude.
Zur Messung der CP-Verletzung bildet man die flugzeitabhängige Asymmetrie Γ der $B^0/\overline{B^0}$-Zerfallsraten [5]:

$$A(t) = \frac{\Gamma(B^0 \to J/\psi\ K^0_S) - \Gamma(\overline{B^0} \to J/\psi\ K^0_S)}{\Gamma(B^0 \to J/\psi\ K^0_S) + \Gamma(\overline{B^0} \to J/\psi\ K^0_S)} = \sin 2\beta \sin xt. \tag{1.6}$$

Dabei ist $x = 0.723 \pm 0.032$ [18] der vom ARGUS-Experiment [4] erstmals gemessene $B^0/\overline{B^0}$-Mischungsparameter und β der Winkel im Unitaritätsdreieck.
Um bei der Rekonstruktion der Ereignisse bestimmen zu können, ob im Anfangszustand ein B^0 oder ein $\overline{B^0}$ erzeugt wurde, wird ein sogenanntes Tagging[2] durchgeführt: In der Proton-Nukleon-Reaktion wird ein $b\overline{b}$-Paar erzeugt. Während das $b(\overline{b})$-Quark ein $\overline{B^0}(B^0)$ bildet, kann das zugehörige $\overline{b}(b)$-Quark zum Beispiel in ein $B^+(B^-)$-Meson hadronisieren; über seinen Nachweis wird auf das $\overline{B^0}(B^0)$ rückgeschlossen.
Kann $\sin 2\beta \neq 0$ mit ausreichender Genauigkeit gemessen werden, so ist der Nachweis der CP-Verletzung im B-System erbracht. Das CDF-Experiment am Fermilab hat

---

[2] Tagging, engl: Kennzeichnung

hierzu bereits erste Ergebnisse veröffentlicht [6]; aus der Analyse von 400 B^0-Zerfällen wurde $\sin 2\beta$ eingeschränkt auf

$$\sin 2\beta = 0.79^{+0.41}_{-0.44}. \tag{1.7}$$

Dieser Wert zeigt innerhalb seiner großen Fehler Übereinstimmung mit dem nach [7] aus theoretischen Vorhersagen und experimentellen Daten abgeleiteten Wert $\sin 2\beta = 0.75 \pm 0.09$; zum Nachweis der CP-Verletzung müssen die Fehler jedoch weiter reduziert werden.
HERA-B hat sich zum Ziel gesetzt, $\sin 2\beta$ mit einer Genauigkeit von 0.1 zu messen. Dazu müssen $\mathcal{O}(1000)$ Goldene Zerfälle rekonstruiert werden. Unter Berücksichtigung des Wirkungsquerschnittes für B-Produktion, der Verzweigungsverhältnisse für den Goldenen Zerfall und der Detektoreffizienz von etwa 10% sind hierzu $\mathcal{O}(10^{15})$ Proton-Nukleon-Wechselwirkungen nötig (siehe auch Kapitel 1.4.1).

1.1.2 Weitere Ziele von HERA-B

Neben der Messung von $\sin 2\beta$ gibt es weitere Fragestellungen, die mit Hilfe des HERA-B-Experimentes untersucht werden können; dazu zählen

- die Messung der CP-Verletzung im Kanal $B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ (Winkel α) und über $B_S \rightarrow K^0_S\, \rho^0$ (Winkel γ),
- das Studium von B_S-Zerfällen ($B_S \rightarrow J/\psi\ \phi$) und der $B_S/\overline{B_S}$-Mischung,
- die Untersuchung seltener B-Zerfälle sowie
- das Studium der $D^0/\overline{D^0}$-Mischung.

Für einige der genannten Untersuchungen ist es allerdings notwendig, das in Abschnitt 1.3.2 beschriebene Triggersystem auf bestimmte Signaturen hin neu auszurichten.

1.2 Der HERA-Speicherring

Der HERA-Speicherring[3], als Doppelring ausgeführt, ist zur Speicherung von Protonen mit einer Endenergie von 920 GeV und Elektronen bzw. Positronen der Energie 27.5 GeV ausgelegt. In vier Wechselwirkungszonen, jeweils im Zentrum der geraden Beschleunigungsstrecken gelegen, können Protonen und Elektronen zur Kollision gebracht werden (siehe Abbildung 1.3). Zwei Experimente machen hiervon Gebrauch; die anderen beiden nutzen nur einen Teilstrahl des Speicherringes. HERA-B verwendet den HERA-Protonenstrahl; die Protonen werden mit einem Draht-Target zur Wechselwirkung gebracht. Da der Elektronenstrahl von HERA-B nicht genutzt wird, wird im folgenden nur auf den Protonenring eingegangen.

---

[3] HERA: Hadron-Elektron-Ring-Anlage

Abbildung 1.3: Der HERA-Speicherring, seine Vorbeschleuniger und die Lage der einzelnen Experimente.

1.2.1 Aufbau des HERA-Protonenringes

Der Protonenring hat eine Länge von 6335.8 m. Sein Füllschema besteht aus 220 Hochfrequenzabschnitten, die Buckets genannt werden; sie können mit Protonenpaketen – im folgenden Protonenbunche genannt – gefüllt werden. Die Länge eines Bunches beträgt etwa 1 ns; zwei aufeinanderfolgende Bunche haben einen zeitlichen Abstand von 96 ns. Daraus ergibt sich eine theoretische Bunchfrequenz R_{th} von

$$R_{th} = \frac{1}{96\,\mathrm{ns}} = 10.417\,\mathrm{MHz}.$$

Sie gibt die Zahl der Bunche an, die pro Zeiteinheit einen festen Punkt im Speicherring passieren.

Wie im folgenden Kapitel erläutert wird, werden jedoch nur 180 der 220 Buckets mit Protonen gefüllt. Daher reduziert sich die Bunchfrequenz auf die sogenannte mittlere Bunchcrossing-Rate:

$$R_{BX} = \frac{180}{220} \cdot R_{th} = 8.523\,\mathrm{MHz}.$$

Beschleunigungszyklus und Füllschema

Die Beschleunigung der Protonen vollzieht sich in vier Schritten; dabei durchlaufen sie drei Vorbeschleuniger, welche in Abbildung 1.3 zusammen mit den Vorbeschleunigern für die Elektronen dargestellt sind.

Zunächst werden negativ geladene Wasserstoffionen im LINAC III[4] auf 50 MeV be-

---

[4] LINAC: Linear Accelerator, Linearbeschleuniger

schleunigt. Nach Abstreifen der Elektronenhülle wird dieser Bunch aus $\mathcal{O}(10^{10})$ Protonen in den Beschleunigerring DESY III gefüllt. Dieser Vorgang wird zehnmal ausgeführt; dann ist die DESY III-Füllung vollständig. Sie wird auf eine Energie von 7.5 GeV beschleunigt und anschließend in PETRA[5] injiziert. Sechs dieser Füllungen bilden den sogenannten PETRA-Zug, der auf 40 GeV beschleunigt wird. Drei PETRA-Züge werden im Abstand von 5 Buckets in HERA gefüllt und auf ihre Endenergie von 920 GeV beschleunigt. Das Ergebnis ist das in Abbildung 1.4 dargestellte Füllschema des Protonenstrahles: 180 der 220 Buckets sind mit Bunchen gefüllt. Neben den Lücken von 5 Buckets nach jedem PETRA-Zug folgt auf jede DESY III-Füllung eine Bunchlücke von einem Bucket. Zusätzlich existiert eine sogenannte Kickerlücke von 15 Buckets; sie wird dazu benötigt, den Protonenstrahl sicher aus dem Ring zu entfernen.

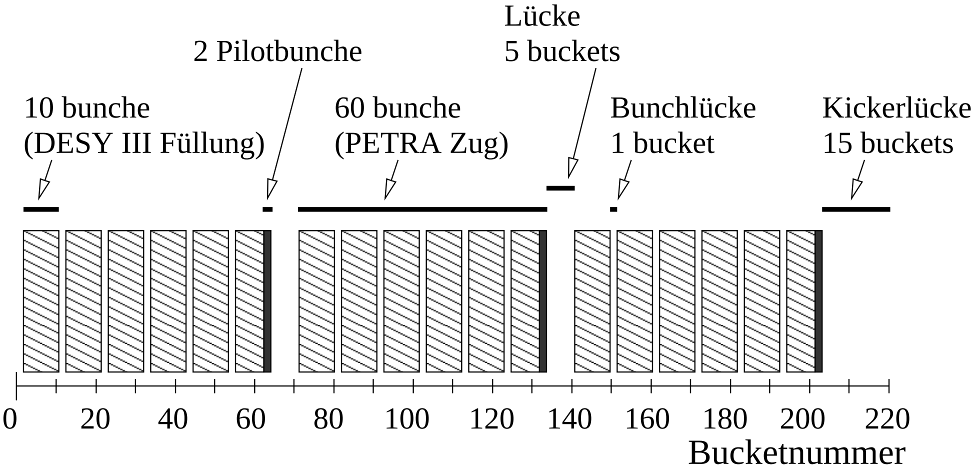


Abbildung 1.4: Das Füllschema des HERA-Protonenstrahles

1.2.2 Andere Experimente am HERA-Speicherring

Neben HERA-B sind am HERA-Speicherring noch drei weitere Experimente aufgebaut, die sich bereits in regulärem Meßbetrieb befinden. H1 [8] und ZEUS [9] untersuchen tiefinelastische ep-Wechselwirkungen bei einer Schwerpunktsenergie von etwa 300 GeV. Das HERMES-Experiment [10] untersucht die Spinstruktur von Proton und Neutron. Hierzu werden longitudinal spinpolarisierte Elektronen in einem spinpolarisierten Gastarget mit Protonen bzw. Neutronen des Füllgases zur Wechselwirkung gebracht. HERMES nutzt ausschließlich den HERA-Elektronenstrahl.

---

[5] PETRA: Positronen-Elektronen-Tandem-Ring-Anlage

1.3 Aufbau des HERA-B-Detektors

Die zum Nachweis der CP-Verletzung im B^0-System benötigten B-Mesonen werden durch Proton-Nukleon-Reaktionen erzeugt; dazu werden Protonen des HERA-Protonentrahles mit einem Draht-Target (siehe Abschnitt 1.4) zur Wechselwirkung gebracht. Da die Reaktionsprodukte der Wechselwirkung überwiegend in ein enges Kegelvolumen um die Richtung des Protonenstrahles fliegen, ist der HERA-B-Detektor als Vorwärtsspektrometer gebaut, das heißt, alle Detektorkomponenten befinden sich – in Protonenstrahlrichtung – hinter dem Target.
Um den Goldenen Zerfall (1.5) mit hoher Effizienz nachweisen zu können, ist es notwendig, die Spuren der geladenen Leptonen aus dem Zerfall des J/ψ sowie der Pionen aus dem K_S^0-Zerfall präzise zu vermessen und ihre Viererimpulse genau zu bestimmen. Gleichzeitig muß der Zerfallsvertex des produzierten $B^0/\overline{B^0}$-Mesons mit hoher Genauigkeit räumlich aufgelöst werden. Diese Aufgaben werden von einem leistungsfähigen Teilchenidentifikations- und Spurkammersystem übernommen. Ein vierstufiges Triggersystem verwirft dabei alle Ereignisse, deren Parameter nicht mit denen des Goldenen Zerfalls übereinstimmen.

1.3.1 Teilchenidentifikation und Spurkammersystem

Abbildung 1.5 zeigt schematisch den HERA-B-Detektor [11]. Das Target-System bildet den Ursprung des HERA-B-Koordinatensystems. Unmittelbar hinter dem Target befindet sich das siebenlagige Silizium-Vertexdetektor-System (VDS[6]), welches mit einer Auflösung von ungefähr $14\,\mu$m transversal sowie $400\,\mu$m longitudinal zum Strahl den Primärvertex der B-Erzeugung am Target vom Sekundärvertex des B-Zerfalles trennen soll. Aus dem räumlichen Abstand beider Vertices errechnet sich die Flugzeit des B-Mesons, die für die Messung der zeitabhängigen Asymmetrie (1.6) benötigt wird.
An den Vertexdetektor schließt sich der Spektrometermagnet an; sein Dipolfeld krümmt geladene Teilchenspuren in der horizontalen Detektorebene und ermöglicht dadurch die Vermessung der Impulse sowie der Ladungsvorzeichen geladener Teilchen. Die Spurvermessung in und hinter dem Magneten geschieht mit Hilfe des inneren und äußeren Spurkammersystems, wobei das innere Spurkammersystem (ITR[7]) mit 11 Lagen aus Mikrostreifen-Gaskammern die Region großer Spurdichte im Abstand von 6 cm bis 25 cm vom Strahlrohr abdeckt. Das äußere Spurkammersystem (OTR[8]) schließt direkt an das innere Spurkammersystem an und deckt mit 13 Superlagen den restlichen Akzeptanzbereich bis ungefähr 250 mrad ab.
Ein vierkomponentiges Teilchenidentifikations-System erlaubt in Verbindung mit der Spurrekonstruktion, die Identität eines Teilchens zu ermitteln, welches einer bestimmten Spur zugeordnet wird. So ermöglicht der Cherenkov-Detektor (RICH[9]) eine Pion-/Kaon-Separation: Dabei nutzt man die Abhängigkeit des Abstrahlungswinkels θ_c der

---

[6] VDS: Vertex Detector System

[7] ITR: Inner Tracking System

[8] OTR: Outer Tracking System

[9] RICH: Ring Imaging Cherenkov Detector

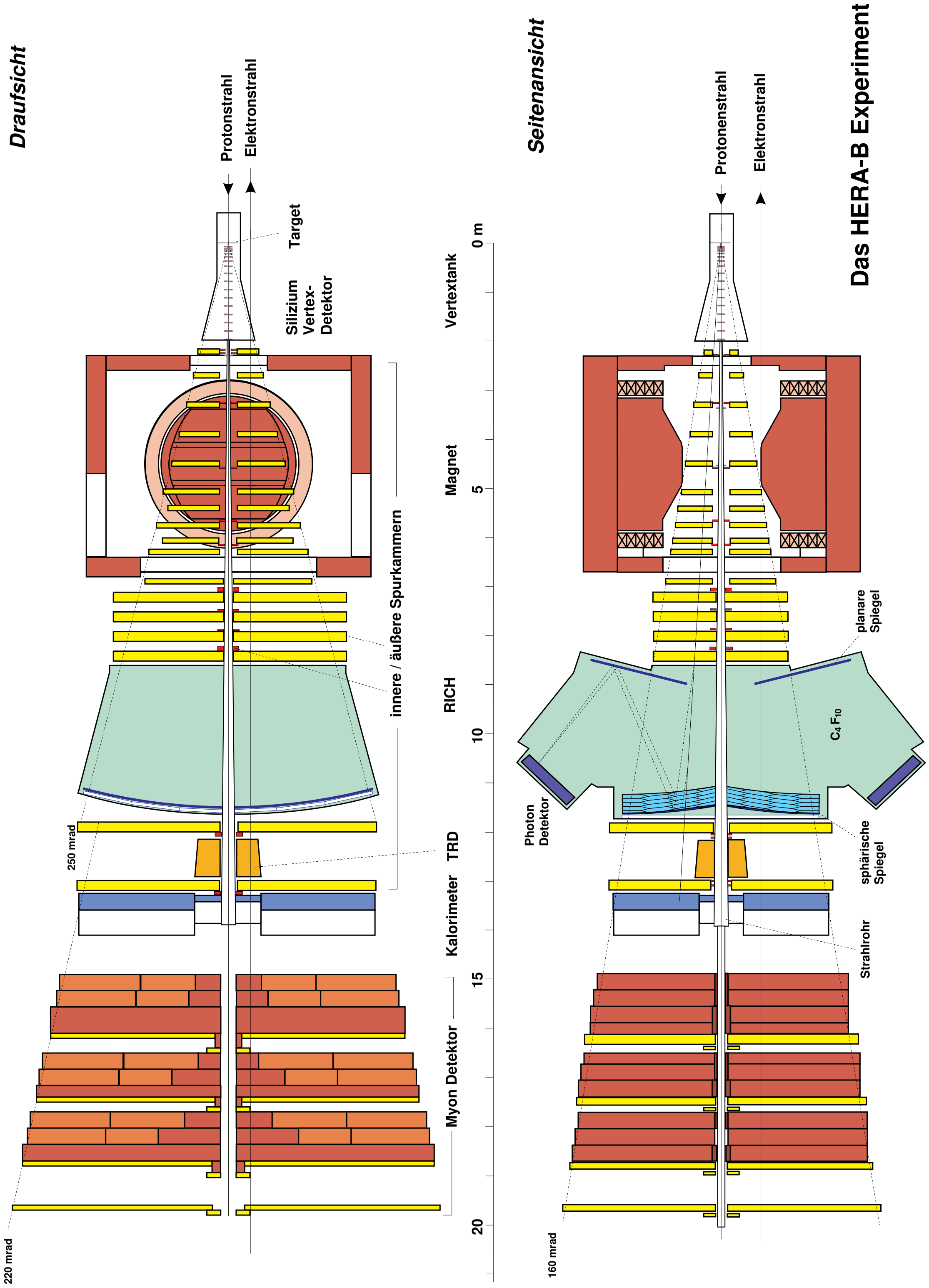


Abbildung 1.5: Schematische Ansicht des HERA-B-Detektors.

Cherenkov-Photonen von der Geschwindigkeit β des strahlenden Teilchens: $\cos\theta_c \sim {}^1\!/\!_\beta$. Durch Messung von β über den Cherenkov-Winkel θ_c ist eine Massen- und somit Identitätsbestimmung des Teilchens möglich, wenn sein Impuls gesondert über die Teilchenablenkung im Magnetfeld bestimmt werden konnte.

Das elektromagnetische Sampling-Kalorimeter (ECAL[10]) dient der Elektron-/Hadron-Separation. Im inneren Bereich besteht es aus einer W-Ni-Fe-Legierung mit einer Tiefe von 22 Strahlungslängen (13.6 cm), im mittleren und äußeren Bereich kommen 20 Strahlungslängen (33 cm) Blei als Absorber zum Einsatz. Elektronen aus dem Goldenen Zerfall deponieren im Absorbermaterial ihre Energie in Form eines Schauers, der überwiegend aus Bremsstrahlungsphotonen und e^+e^--Paaren besteht. In Schichten aus Szintillatormaterial, die sich zwischen jeweils zwei Lagen des Absorbers befinden, kann die Energiedeposition der Teilchen gemessen werden. Da das Kalorimeter auch transversal zum Strahl segmentiert ist, gewinnt man Informationen über die transversale Schauerausdehnung, mit deren Hilfe sich Elektronen von Hadronen trennen lassen. Ebenfalls benutzt wird das ECAL zur Energiebestimmung von Photonen aus π^0-Zerfällen; sie werden zur Energiekalibration des Kalorimeters verwendet.

Der Übergangsstrahlungsdetektor (TRD[11]), welcher sich zwischen RICH und ECAL befindet, unterstützt die Elektron-/Hadron-Separation des ECAL im Bereich hoher Teilchendichten in der Nähe des Strahlrohres. Übergangsstrahlung tritt auf, wenn ein geladenes Teilchen alternierende Schichten von Material unterschiedlicher Dielektrizitätskonstanten durchquert. Die dabei an den Grenzschichten abgestrahlten Röntgenphotonen werden zur Identifizierung des Teilchens verwendet: $E_{Photon} \sim \gamma_{Teilchen} = {}^{E_{Teilchen}}\!/\!_{m_0c^2}$.

Zum Auffinden von Myon-Spurkandidaten aus dem J/ψ-Zerfall dient der Myon-Detektor, der sich hinter dem Kalorimeter befindet. Er besteht aus vier Lagen Proportionalkammern, die zwischen und hinter drei Absorbern aus Eisen und Stahlbeton liegen. Untergrund durch nicht im Kalorimeter absorbierte Hadronen wird dadurch wirkungsvoll unterdrückt. Im Bereich hoher Teilchendichten, das heißt, in der Nähe des Strahlrohres, werden die Proportionalkammern durch Gaspixelkammern ergänzt.

1.3.2 Das Datennahme- und Triggersystem

Die ungefähr 500.000 Auslesekanäle des HERA-B-Detektors müssen mit jedem Bunchcrossing, also alle 96 ns, ausgelesen werden [12]. Die dabei entstehende Datenrate von etwa 5 TByte/s ist zu groß, um alle Daten zur späteren Analyse speichern zu können. Da aber nur solche Ereignisse aufgezeichnet werden müssen, die mit hoher Wahrscheinlichkeit einen Goldenen Zerfall darstellen, gelingt es, mit Hilfe eines mehrstufigen Triggersystems die Datenrate auf etwa 10 MByte/s zu reduzieren. Dazu macht man sich die klare Signatur des Goldenen Zerfalls (1.5) zunutze, auf die das nachfolgend beschriebene Triggersystem ausgerichtet ist. Um andere physikalische Fragestellungen als die Messung von $\sin 2\beta$ untersuchen zu können, muß das Triggersystem in den meisten Fällen auf andere Signaturen angepaßt werden.

---

[10] ECAL: Electromagnetic Calorimeter

[11] TRD: Transition Radiation Detector

Der ersten Triggerstufe ist das sogenannte Pretriggersystem vorgeschaltet, welches Spurkandidaten für das Ereignis $J/\psi \rightarrow e^+e^-, \mu^+\mu^-$ vorschlägt. Dazu wird das Vorhandensein eines Myon-Paares im Myondetektor oder hochenergetischer Schauer im ECAL gefordert. Das Pretriggersystem sendet seine Informationen an die erste Triggerstufe (FLT[12]), die mit Hilfe von Teilen des inneren und äußeren Spurkammersystems sowie der Pretriggerinformationen Spuren im Detektor rekonstruiert und daraus Ladungen und Impulse der zugehörigen Teilchen errechnet. Hier erfolgen erste Schnitte auf Impulse und die invariante Masse der Leptonpaare, um J/ψ-Zerfälle vom Untergrund zu separieren. Bei einer positiven Triggerentscheidung gibt die erste Triggerstufe ihre Informationen an die zweite Triggerstufe weiter.
Die Eingangsrate der zweiten Triggerstufe (SLT[13]) wird durch den FLT auf etwa 50 kHz reduziert. Dadurch steht mehr Zeit für eine genauere Analyse des Ereignisses zur Verfügung. Der SLT verfeinert die im FLT gefundenen Spuren: Zum einen werden alle Detektorlagen zur Spurbestimmung genutzt, zum anderen werden die Driftzeitinformationen der Kammern verwendet, um eine höhere Ortsauflösung des Teilchendurchgangs zu erhalten. Die Spuren werden durch den Magneten in den Vertexdetektor projiziert; dort wird versucht, zwei gefundene Spuren einem gemeinsamen Sekundärvertex (von $J/\psi \rightarrow l^+l^-$-Kandidaten) zuzuordnen. Gelingt dies, so werden die Informationen an die dritte und vierte Triggerstufe weitergegeben. Die Eingangsrate für die dritte Triggerstufe reduziert sich dabei um den Faktor 100.
Die dritte Triggerstufe (TLT[14]) sammelt alle Ereignisinformationen aus den Detektorkomponenten und rekonstruiert Primär- und Sekundärvertices mit Hilfe der Vertexdetektor-Information. Hier wird eine Unterdrückung um den Faktor 10 erreicht, so daß die selektierten Ereignisse mit einer Rate von etwa 50 Hz die vierte Triggerstufe (4LT[15]) erreichen, wo sie vollständig rekonstruiert, klassifiziert und auf Band geschrieben werden.

1.4 Das HERA-B-Target

1.4.1 Die konzeptionelle Auslegung des Targets

Um eine möglichst hohe Gesamteffizienz des HERA-B-Detektors zu erreichen, ist es notwendig, das Target optimal auf die bei HERA-B untersuchten physikalischen Fragestellungen auszurichten und auf das Trigger- und Detektorsystem abzustimmen. Im folgenden sind die wichtigsten daraus resultierenden Anforderungen an das Target zusammengefaßt ([5], [13]):

- Um $\mathcal{O}(10^{15})$ Proton-Nukleon-Reaktionen (siehe Kapitel 1.1.1) innerhalb eines HERA-Jahres (10^7 s Meßzeit) erzeugen zu können, ist eine Wechselwirkungsrate von 40 MHz erforderlich.

---

[12] FLT: First Level Trigger

[13] SLT: Second Level Trigger

[14] TLT: Third Level Trigger

[15] 4LT: Fourth Level Trigger

- Die einer Rate von 40 MHz entsprechenden 5 inelastischen Wechselwirkungen pro Bunchcrossing sollen möglichst konstant gehalten werden, um eine hohe Triggereffizienz zu ermöglichen. Hier ist ein grundlegendes Verständnis von Ratenfluktuationen und ihren Ursachen notwendig, um die Auswirkungen der Fluktuationen auf die Datennahme beurteilen und ihren Einfluß minimieren zu können.

- Die Wechselwirkungen müssen mit dem Protonfüllschema des Speicherringes korreliert sein; Wechselwirkungen zwischen den Bunchen erniedrigen die Effizienz des Detektors und erhöhen die Strahlenschädigung des Systems. Der sogenannte Coasting Beam [15], das sind nicht mit der Bunchstruktur korrelierte Protonen, ist in diesem Zusammenhang als eines der großen Probleme zu nennen; seine Untersuchung ist Gegenstand der aktuellen Forschung.

- Das Targetmaterial muß einen großen Produktionsquerschnitt für die Erzeugung von B-Mesonen aufweisen; gleichzeitig soll der Einfluß von Vielfachstreuung gering sein, um möglichst wenig Untergrund zu erzeugen und die Effektivität des Targets zu steigern.

- Zeitgleich stattfindende inelastische Wechselwirkungen müssen räumlich getrennt auftreten, um eine möglichst klare Trennung ihrer Primärvertices zu ermöglichen; aus diesem Grunde kommen bei HERA-B acht Target-Drähte unterschiedlicher Orientierung zum Einsatz.

- Zur genauen Lokalisierung der Primärvertices sollen die Wechselwirkungsvolumina, also die Drahtabmessungen, im Bereich der Auflösung des Vertexdetektors ($\approx 14\,\mu$m transversal und $\approx 400\,\mu$m longitudinal zum Strahl) liegen.

- Der Betrieb der anderen Experimente am HERA-Speicherring darf nicht signifikant beeinträchtigt sein; insbesondere muß eine Verringerung der ep-Luminosität, auf welche die Experimente H1 und ZEUS angewiesen sind, ebenso vermieden werden wie eine wesentliche Einschränkung der Datennahme dieser Experimente durch targetinduzierten Untergrund. Probleme treten insbesondere mit dem H1 FPS[16] und dem ZEUS LPS[17] auf; da diese Detektorkomponenten sehr nah am Strahl stehen, reagieren sie empfindlich auf elastisch gestreute Protonen, die die Target-Region unter kleinem Winkel verlassen.

Diese Anforderungen führen zu dem im folgenden Abschnitt beschriebenen Aufbau des HERA-B-Targets und seiner Funktionsweise.

1.4.2 Aufbau und Funktionsweise

Der HERA-Protonenstrahl besitzt eine transversale Protonendichteverteilung, die – wenn sich kein Target am Strahl befindet – in erster Näherung durch eine Gaußverteilung beschrieben werden kann [16]. Die Strahlbreite definiert sich als Standardabweichung dieser Gaußverteilung; sie hängt von der Strahloptik ab und ist an jedem

---

[16] FPS: Forward Proton Spectrometer

[17] LPS: Leading Proton Spectrometer

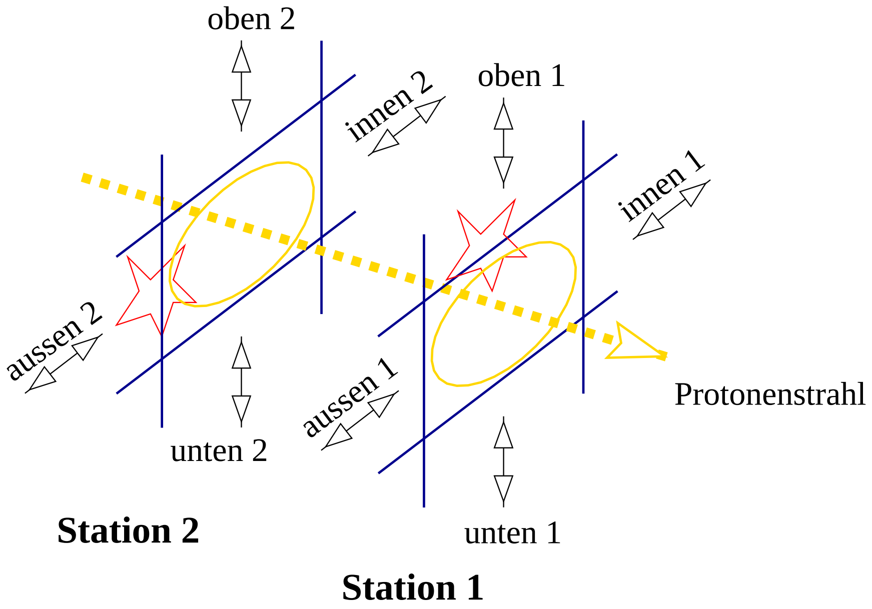


Abbildung 1.6: Schematische Darstellung der Anordnung der Targetdrähte um den Protonenstrahl.

Punkt s des Speicherringes und in horizontaler und vertikaler Richtung verschieden:

$$\sigma_{x|y}(s) = \sqrt{\epsilon\beta_{x|y}(s)}. \tag{1.8}$$

Die beiden Beta-Funktionen $\beta_x(s)$ und $\beta_y(s)$ sind ein Maß für die maximal durch die Optik erlaubte tangentiale Ablage eines Teilchens von der Sollbahn. Ihre Werte sind in erster Näherung gleich groß; sie betragen am Ort des Targets $\beta_x(s_{Target}) \approx \beta_y(s_{Target}) \approx 35\,\mathrm{m}$ [17]. Die Emittanz $\epsilon(s)$ ist ein Maß für die Fläche der Phasenraumellipse des Teilchens. Ihr Wert variiert von Proton-Füllung zu Proton-Füllung zwischen $4 \ldots 6 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{rad}$. Daraus ergibt sich nach (1.8) eine Strahlbreite von

$$\sigma(s_{Target}) = 350 \ldots 450\,\mu\mathrm{m}. \tag{1.9}$$

In der Praxis werden transversale Abstände zum Strahlzentrum als Vielfache dieses sogenannten Strahl-Sigmas angegeben.
Das HERA-B-Target ist unterteilt in zwei in Strahlrichtung hintereinander befindliche Stationen im Abstand von 40 mm; jede von ihnen besteht aus vier Drähten, die von außen in den Randbereich des Protonenstrahls bewegt werden können. Dabei deckt jede Station die vier Hauptorientierungen der Drähte zum Strahl ab, nach welchen die einzelnen Drähte benannt sind. Wie in Abbildung 1.6 verdeutlicht wird, gibt es pro Station zwei horizontale Drähte, die von oben und unten an den Strahl gebracht, sowie zwei vertikale Drähte, die von der Außenseite respektive der Innenseite des Speicherringes in den Strahl gefahren werden können. Zur Erzeugung von inelastischen Wechselwirkungen befinden sich einer oder mehrere Drähte in einem Abstand zwischen 6 und 3

Strahl-σ vom Strahlzentrum.
Die Targetdrähte bestehen aus dünnen Folien mit einer Ausdehnung von 50 μm transversal und 500 μm longitudinal zum Strahl. Eine Ausnahme bildet das in der Datennahmeperiode '99a benutzte Bündel aus mehreren Kohlenstoff-Fasern, das ungenauere Abmessungen besitzt. Die Protonen im Strahlhalo wechselwirken mit dem Targetmaterial; dabei tritt einerseits Vielfachstreuung auf, also elastische Streuung der Protonen unter kleinen Winkeln am Coulomb-Potential der Kerne des Drahtmaterials; ihre Materialabhängigkeit läßt sich durch die Strahlungslänge X_0 charakterisieren [18]. Andererseits findet auch inelastische Streuung statt, wobei unter anderem B-Mesonen erzeugt werden. Die Wahrscheinlichkeit für eine inelastische Wechselwirkung ist vom Drahtmaterial abhängig und läßt sich durch die hadronische Wechselwirkungslänge λ_{int} parametrisieren. Sie liegt für alle verwendeten Materialien im Bereich einiger Zentimeter; aus diesem Grund durchquert ein Proton - unter Berücksichtigung der longitudinalen Drahtabmessungen - das Drahtmaterial im Mittel mehrere hundert bis tausend Mal, bevor es inelastisch wechselwirkt. In Tabelle 1.1 sind die verwendeten Drahtmaterialien mit ihren Wechselwirkungs- und Strahlungslängen für die Datennahmeperioden '99a und '99b aufgeführt.

Zur Erzeugung einer Wechselwirkungsrate von 40 MHz ist es nicht ausreichend, allein die Protonen, die durch transversale Diffusion dem Strahl verloren gehen, mit den Targetdrähten zur Wechselwirkung zu bringen. Bei einer Umlaufzeit der Protonen im Ring von $\tau_{Umlauf} = 21.12\,\mu$s, einem typischen Strahlstrom vom $I_p \approx 80$ mA und einer Strahllebensdauer $\tau_{s,nat.}$ von etwa 1000 Stunden ohne Targetbetrieb beträgt die natürliche Verlustrate nämlich nur

Target	Periode '99a			Periode '99b		
	Material	λ_{int}/cm	X_0/cm	Material	λ_{int}/cm	X_0/cm
oben 1	Aluminium	39.4	8.9	Titan	24.5	3.56
unten 1	Titan	27.5	3.6	Titan	24.5	3.56
innen 1	Aluminium	39.4	8.9	Titan	24.5	3.56
außen 1	Aluminium	39.4	8.9	Titan	24.5	3.56
oben 2	Eisen	16.8	1.76	Aluminium	39.4	8.9
unten 2	Aluminium	39.4	8.9	Wolfram	9.6	0.35
innen 2	Kohlenstoff-Bündel	38.0	18.8	Kohlenstoff-Folie	38.0	18.8
außen 2	Titan	24.5	3.56	Titan	24.5	3.56

Tabelle 1.1: Die im Jahr 1999 verwendeten Drahtmaterialien. Im Rahmen dieser Arbeit wurden aus der Runperiode '99a der Draht Innen2 und aus der Runperiode '99b alle acht Drähte für die Untersuchung von Ratenbreiten herangezogen. Die angegebenen Wechselwirkungs- und Strahlungslängen entstammen [18].

$$R_{Verlust,nat.} = \frac{I_p}{e}\frac{\tau_{Umlauf}}{\tau_{s,nat.}} \approx 2.9\,\mathrm{MHz}. \tag{1.10}$$

Hinzu kommt, daß das Target nicht beliebig effektiv ist; bedingt durch natürliche Diffusion oder durch Vielfachstreuung im Target gehen viele Protonen auf den Aperturgrenzen - meist auf den Kollimatoren - des Speicherrings verloren, bevor sie mit dem Target inelastisch wechselwirken.
Ein Maß für die Effektivität des Targets ist die Targeteffizienz; sie ist definiert als das Verhältnis der Wechselwirkungsrate im Target zur totalen Verlustrate:

$$\epsilon_T = \frac{R_{WW}}{R_{Verlust}}. \tag{1.11}$$

Mit einer realistisch gewählten Targeteffizienz von 60 % [19] ergibt sich die notwendige Proton-Verlustrate zu

$$R_{Verlust} = \frac{R_{WW}}{\epsilon_T} \approx 67\,\mathrm{MHz}, \tag{1.12}$$

wenn man die Design-Rate von $R_{WW} = 40\,\mathrm{MHz}$ erreichen möchte. Das hat zur Folge, daß die Target-Drähte ständig weiter in den Strahl hineingefahren und die Protonen aus dem Strahl “herausgekratzt” werden müssen (Scraping-Modell). Dabei wird die Strahllebensdauer signifikant erniedrigt [13]:

$$\tau_{Target} = \frac{I_p}{e} \frac{\tau_{Umlauf}}{R_{Verlust}} \approx 42\,\mathrm{h}. \tag{1.13}$$

Typischerweise muß ein Targetdraht mit einer Geschwindigkeit von etwa 50 $^{\mu\mathrm{m}}/_{h}$ in den Strahl bewegt werden, um eine Wechselwirkungsrate von 40 MHz aufrechtzuerhalten [20].
Detaillierte Ausführungen zur Target-Effizienz finden sich in [19].

1.4.3 Bestimmung der Wechselwirkungsrate

Die HERA-B-Wechselwirkungsrate ist definiert als die Zahl der pro Zeiteinheit im Drahtmaterial des Target stattfindenden inelastischen Proton-Nukleon-Wechselwirkungen. Bei der Design-Rate von 40 MHz müssen pro vorbeifliegendem Proton-Bunch im Mittel etwa fünf inelastische Wechselwirkungen mit dem Drahtmaterial auftreten:

$$\lambda = \frac{R_{WW}}{R_{BX}} = \frac{40}{8.523} = 4.7. \tag{1.14}$$

R_{BX} ist die in Abschnitt 1.2.1 definierte mittlere HERA-Bunchcrossing-Rate.
Da ein Proton den Draht je nach Material mehrere hundert- bis tausendmal durchquert, bevor es inelastisch wechselwirkt, geht die Binomialverteilung der Zahl d der Wechselwirkungen pro Bunchcrossing in guter Näherung in eine Poissonverteilung über:

$$\mathcal{P}(d,\lambda) = \frac{\lambda^d}{d!} e^{-\lambda}, \quad \text{mit } \lambda = \frac{R_{WW}}{R_{BX}}. \tag{1.15}$$

Sie ist in Abbildung 1.7 für eine mittlere Zahl von fünf Wechselwirkungen pro Bunchcrossing dargestellt.

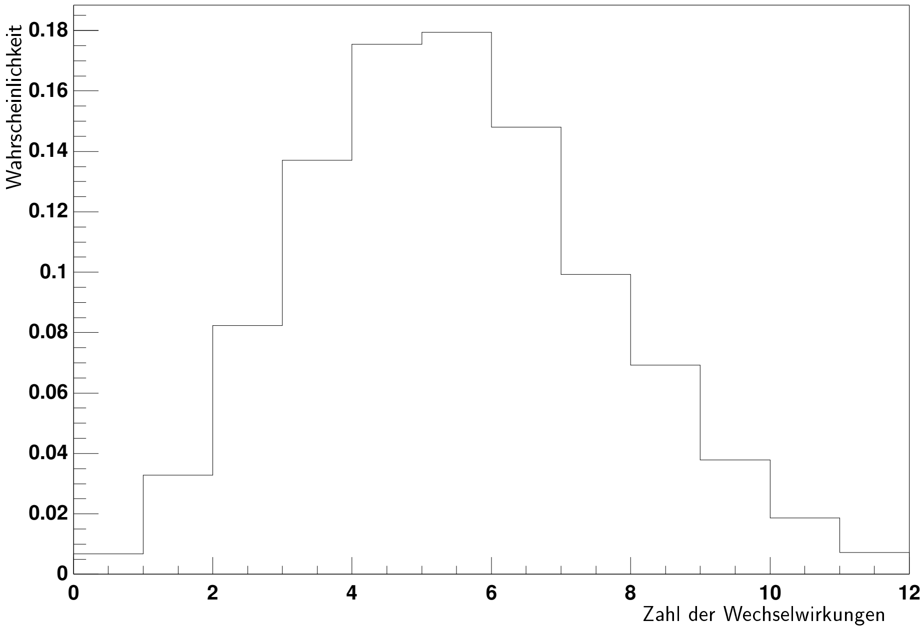


Abbildung 1.7: Die Zahl der inelastischen Wechselwirkungen pro Bunchcrossing ist poissonverteilt; bei 40 MHz Wechselwirkungsrate werden im Mittel fünf Wechselwirkungen erreicht.

Die Wechselwirkungsrate wird mit Hilfe von vier Hodoskopzählern bestimmt. Sie bestehen aus je zwei Plastikszintillatoren, die in Strahlrichtung im Abstand weniger Zentimeter hintereinander angeordnet sind. Beide Szintillatoren werden über Photomultiplier[18] des Typs VALVO XP2011/03 ausgelesen, ihre Signale werden verstärkt und diskriminiert. Um Untergrundsignale – insbesondere durch elektronisches Rauschen verursacht – zu reduzieren, werden die Szintillatorsignale jedes Hodoskopzählers auf eine Koinzidenzeinheit gegeben, die nur dann ein Ausgangssignal erzeugt, wenn beide Szintillatoren innerhalb eines Zeitfensters, welches der halben Bunchcrossing-Zeit entspricht, angesprochen haben (siehe Abbildung 1.8). Die so erzeugten Hodoskop-Signale H1...H4 werden ihrerseits auf ein ODER-Gatter gegeben, welches ein Ausgangssignal F1 erzeugt, wenn mindestens ein Hodoskop angesprochen hat. Dieses F1-Signal kann zur Ratenbestimmung herangezogen werden, wenn die Gesamtakzeptanz der Hodoskopzähler bekannt und nicht zu groß ist.

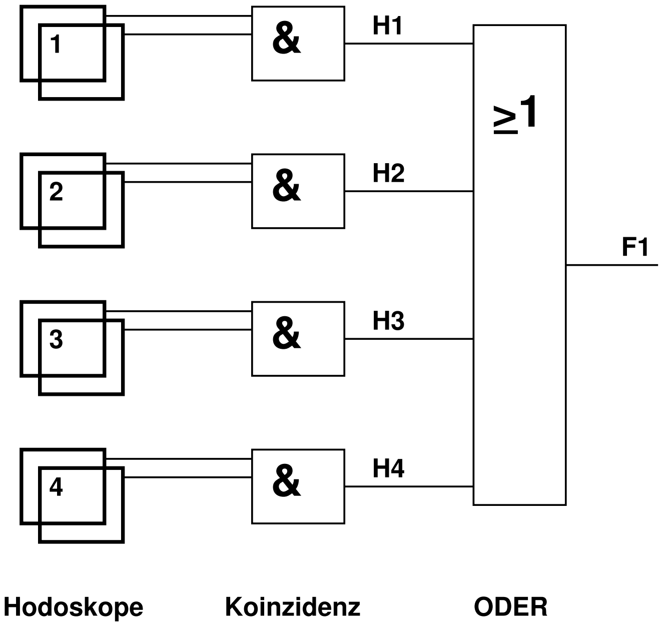


Abbildung 1.8: Schematische Darstellung der Logik zur Generierung der F1-Rate.

Während der Runperiode '99a befanden sich die vier Hodoskopzähler in Strahlrichtung gesehen auf der Höhe des elektromagnetischen Kalorimeters mit einem transversalen Abstand von etwa 3 m zum Strahlrohr [13]. Aus Platzgründen wurden sie im Mai 1999 an das Austrittsfenster des RICH verlegt (siehe Abbildung 1.9). Aufgrund ihres großen Abstands zum Target, ihrer kleinen Fläche und ihrer großen transversalen Ablage zum Strahlrohr besitzen die Hodoskope eine kleine Akzeptanz in der Größenordnung 1 %. Die genauen Positionen und Akzeptanzen für die Runperioden '99a/b sind in Tabelle 1.2 aufgeführt.

---

[18] Photomultiplier: Sekundärelektronen-Vervielfacher

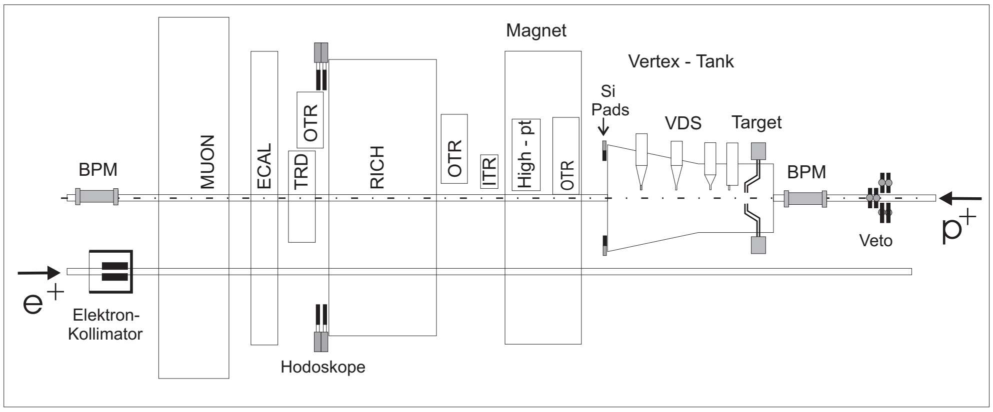


Abbildung 1.9: Die Positionen der im Jahre 1999 verwendeten Szintillationszähler im HERA-B-Experiment. Die Hodoskop-System befindet sich am Austrittsfenster des RICH, während die Vetozähler etwa fünf Meter vor dem Target um das Strahlrohr herum angeordnet sind.

Aufgrund des elektronischen Aufbaus kann nur ein Teilchendurchgang pro Bunchcrossing durch die Hodoskope nachgewiesen werden, das heißt, man ist nicht in der Lage, mehrere Wechselwirkungen pro Bunchcrossing aufzulösen. Die Wahrscheinlichkeit $\mathcal{P}_{\overline{hit}}$, daß die Zähler nicht getroffen wurden, ergibt sich aus der Wahrscheinlichkeit, daß keine Wechselwirkung stattfand und der Wahrscheinlichkeit $(1-a)^d$, daß trotz d Wechselwirkungen kein Teilchen die Zähler getroffen hat:

	Periode '99a	Periode '99b
Abmessungen	96 mm · 90 mm	96 mm · 90 mm
Position in x	±3100 mm	±2282 mm
Position in y	±900 mm	-755 mm 1. Paar -1465 mm 2. Paar
Position in z	+13250 mm	+11700 mm
Gesamtakzeptanz a	0.74 %	0.9 %

Tabelle 1.2: Abmessungen, Positionen und Akzeptanzen der Hodoskopzähler in den Runperioden '99a und '99b [21].

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}_{\overline{hit}} &= \mathcal{P}(0,\lambda) + \sum_{d=1}^{\infty}(1-a)^d \cdot \mathcal{P}(d,\lambda) \\
&= e^{-\lambda} - e^{-\lambda} + \sum_{d=0}^{\infty}(1-a)^d \frac{\lambda^d}{d!} e^{-\lambda} \\
&= e^{(1-a)\lambda} e^{-\lambda} = e^{-a\lambda}. \qquad (1.16)
\end{aligned}$$

Hierbei ist a die Gesamtakzeptanz der Hodoskopzähler.
Die Wahrscheinlichkeit eines Teilchennachweises ergibt sich aus dem Verhältnis der gemessenen F1-Rate R_{F1} – der Zahl der Hodoskop-Signale pro Zeiteinheit – und der Bunchcrossing-Rate:

$$\mathcal{P}_{hit} = \frac{R_{F1}}{R_{BX}} = 1 - \mathcal{P}_{\overline{hit}}. \tag{1.17}$$

Zusammengefaßt erhält man aus (1.16), (1.17) und Entwicklung der Exponentialfunktion für $a\lambda \ll 1$:

$$\begin{aligned} 1 - \frac{R_{F1}}{R_{BX}} &= e^{-a\lambda} \approx 1 - a\lambda \\ \Longleftrightarrow R_{F1} &= aR_{BX}\lambda = aR_{WW}. \end{aligned} \tag{1.18}$$

Damit ist für kleine Zählerakzeptanzen a die gemessene F1-Rate R_{F1} der Wechselwirkungsrate proportional und wird deshalb zur Ratenbestimmung herangezogen.
Im Rahmen dieser Arbeit werden Zeitserien der F1-Rate gemessen und ihr Verhalten in Bezug auf die Ratenstabilität mit unterschiedlichen Methoden untersucht. Dabei wird auch berücksichtigt, daß die F1-Rate Poissonfluktuationen aufweist, welche allein durch den Meßprozeß verursacht sind; sie müssen von den eigentlichen physikalischen Ursachen von Ratenfluktuationen unterschieden werden.

Untergrundmessung

Zur Bestimmung der Untergrundraten im Bereich des Targets dient ein System aus Vetozählern, welches - in Protonflugrichtung gesehen - etwa 5 m vor dem Target angeordnet ist. Es besteht aus vier um das Strahlrohr herum angebrachten Szintillationszählerpaaren. Der von ihnen gemessene Untergrund setzt sich zusammen aus dem von HERA produzierten Untergrund, der abhängig ist von den Kollimatorpositionen und der Strahlqualität, und dem vom Target erzeugten Untergrund, der im wesentlichen durch Folgeprodukte elastisch gestreuter Protonen hervorgerufen wird.

Verteilung der Rate auf mehrere Drähte

Treten pro Bunchcrossing mehrere inelastische Wechselwirkungen auf, so müssen diese möglichst gleichmäßig auf die beteiligten Targetdrähte verteilt werden, um eine genaue Lokalisation der Primärvertices zu ermöglichen. Diesem Zweck dient das Target-Monitoring-System (TMS). Von seinen ursprünglich drei Komponenten (Silizium-Teleskope, Silizium-Pads, Ladungsintegratoren) werden zur Zeit nur die Ladungsintegratoren (CI[19]) benutzt. Sie nutzen die Leitfähigkeit der Targetdrähte aus, um δ-Elektronen nachzuweisen, die bei der Wechselwirkung der Protonen mit dem Drahtmaterial entstehen. Ihre aufintegrierte Ladung ist proportional der an dem Draht erzeugten Wechselwirkungsrate. Mit dieser für alle acht Drähte verfügbaren Information kann die Gesamtrate gleichmäßig auf alle Drähte verteilt werden.

---

[19] CI: Charge Integrator

Andere Möglichkeiten zur Bestimmung der Wechselwirkungsrate

Eine weitere Möglichkeit, die Wechselwirkungsrate zu bestimmen, liegt in der Ausnutzung der Energieinformation des elektromagnetischen Kalorimeters. Wie in [13] an ersten Untersuchungen gezeigt wurde, ist die in dezidierten ECAL-Zellen deponierte Energie der Wechselwirkungsrate proportional und somit prinzipiell zur Ratenmessung geeignet. Der wesentliche Vorteil dieses Systems liegt darin, daß die deponierte Energie für jedes einzelne Bunchcrossing ausgelesen werden kann, die Energieinformation also alle 96 ns zur Verfügung steht. Im Vergleich erreicht das Hodoskop-System aufgrund seiner kleinen Zählerakzeptanz nur Zeitauflösungen in der Größenordnung von $100\,\mu$s, wie in Kapitel 2.1 ausgeführt ist. Damit ist das ECAL dem Hodoskop-System in seiner Zeitauflösung weit überlegen. Aufgrund technischer Probleme konnte das Verfahren bisher allerdings nicht zur Anwendung kommen [13].

1.4.4 Ratenkontrolle und Ratenstabilität

Um eine möglichst stabile Wechselwirkungsrate garantieren zu können, wurde das Kontroll- und Steuerungssystem TaCoS[14] entworfen, welches in der Lage ist, Ratenänderungen durch Steuerung der Target-Drähte weitgehend zu kompensieren. TaCoS bestimmt die Wechselwirkungsrate mit Hilfe der Hodoskopzähler; ist sie kleiner als die Sollrate, werden die Targets näher an das Strahlzentrum gefahren, im Falle einer zu hohen Rate werden sie nach außen bewegt. TaCoS ist in der Lage, mit einer Frequenz von momentan 10 Hz auf Ratenänderungen zu reagieren; dabei beträgt die typische Schrittweite, mit der die Drähte bewegt werden, $\mathcal{O}(100\,\text{nm})$. Messungen haben ergeben [22], daß sich die Wechselwirkungsrate typischerweise um den Faktor 2 ändert, wenn man einen Draht $10\,\mu$m aus dem Strahl heraus oder in ihn hinein bewegt.

Trotz der schnellen Reaktion auf Ratenänderungen ist die durch TaCoS erreichte Ratenstabilität in vielen Fällen nicht ausreichend. Um eine hohe Detektoreffizienz zu erreichen, sollte die mittlere Abweichung der Wechselwirkungsrate von ihrem Sollwert weniger als ±10% betragen [23]. Trotz der schnellen Reaktion auf Ratenfluktuationen erreicht die durch TaCoS geregelte Rate diese Vorgabe in vielen Fällen nicht; beobachtet werden – abhängig von der Strahlqualität, der Orientierung der Drähte und des Drahtmaterials – zum Teil Ratenfluktuationen von ±100%, im Mittel von $15 - 20\%$ um den Sollwert.

Aufgrund der Notwendigkeit kleiner Ratenschwankungen ist ein grundlegendes Verständnis von Ratenfluktuationen und ihren Ursachen erforderlich, um Auswirkungen auf die Datennahme beurteilen und ihren Einfluß minimieren zu können. Diese Arbeit widmet sich der Analyse von Ratenfluktuationen und ihrer Abhängigkeit von verschiedenen äußeren Parametern. Das grundlegende Meßprinzip sowie der Aufbau der verwendeten Elektronik und der Datennahme werden im folgenden Kapitel thematisiert.

Kapitel 2

Meßprinzip und Aufbau der Meßelektronik

Um Fluktuationen in der Wechselwirkungsrate des HERA-B-Targets untersuchen zu können, ist es notwendig, die zeitliche Entwicklung dieser Rate zu messen. Dies ist durch die Aufzeichnung von Zeitserien der F1-Rate möglich; das Konzept sowie die prinzipiellen Einschränkungen dieses Verfahrens werden im nächsten Abschnitt diskutiert. Alle folgenden Abschnitte konzentrieren sich auf die Beschreibung der Elektronik, die für die Messungen benötigt wird, sowie die Realisation der Datennahme.

2.1 Zeitserien und ihre Einschränkungen

Wie in Kapitel 1.4.3 gezeigt wurde, hängt die Wechselwirkungsrate über die Akzeptanz der Hodoskopzähler linear mit der F1-Rate zusammen; daher ist es ausreichend, die folgende Darstellung und alle weiteren Analysen auf die F1-Rate zu beschränken.
Die F1-Rate wurde in Kapitel 1.4.3 eingeführt als die Anzahl der Hodoskop-Signale pro Zeiteinheit; ihre mathematisch korrekte Definition lautet

$$R_{F1}(t) := \lim_{\tau_s \to 0} \frac{\text{Anzahl der F1-Signale im Zeitraum } t \text{ bis } t + \tau_s}{\tau_s}. \tag{2.1}$$

Wird die Bestimmung der F1-Rate N-mal wiederholt, und schließt sich eine Messung unmittelbar an die vorhergehende an, so erhält man eine totzeitfreie Zeitserie $\mathbf{S}$ der F1-Rate mit der Länge N:

$$\mathbf{S} = \{R_{F1}(t_0), R_{F1}(t_0 + \tau_s), R_{F1}(t_0 + 2\tau_s), \ldots, R_{F1}(t_0 + (N-1)\tau_s)\}\,. \tag{2.2}$$

Die Meßzeit τ_s zur Bestimmung der Rate wird als Sampling-Zeit bezeichnet. Der Begriff entstammt der Digitaltechnik: Um ein analoges Signal digital abzubilden, wird seine Amplitude in regelmäßigen Zeitabständen τ_s gemessen; die dabei gewonnenen Meßwerte $\hat{A}(t_0 + n\tau_s),\ n \in \mathbf{N}$ heißen Samples - also Stichproben - des analogen Signals $A(t)$.
Für viele Analysen ist es interessant, die Zeitentwicklung der F1-Rate mit möglichst

hoher Zeitauflösung zu verfolgen, um auch kurzzeitige Fluktuationen der Rate messen zu können; in der Praxis sind jedoch dem Bestreben, den Limes in (2.1) durch Wahl kleiner Sampling-Zeiten zu approximieren, enge Grenzen gesetzt: Die Verkürzung der Sampling-Zeit hat eine Verkleinerung der mittleren Zahl der Ereignisse je Einzelmessung – und damit eine Vergrößerung ihres relativen statistischen Fehlers – zur Folge. Wie schon im vorhergehenden Kapitel erläutert, besitzen die Hodoskop-Zähler eine sehr kleine Akzeptanz, um auch bei großen Wechselwirkungsraten eine ausreichend lineare Ratenbestimmung zur ermöglichen. Die kleine Zählerakzeptanz ist der limitierende Faktor bei der präzisen Bestimmung der F1-Rate auf kleinen Zeitskalen. Wie in Tabelle 2.1 zu erkennen ist, werden bei einer Sampling-Zeit unterhalb von 100 μs die statistischen Unsicherheiten der Messung so groß, daß mögliche physikalische Fluktuationen der Rate von ihnen überdeckt werden. Diese Überlegungen zeigen, daß eine präzise Bestimmung der F1-Rate nur auf Zeitskalen möglich ist, die groß gegen die Umlaufdauer $\tau_{Umlauf} = 21.12\,\mu$s der Protonen im Beschleuniger-Ring sind. Messungen der Wechselwirkungsrate, die auf der Auslese der Hodoskopzähler-Signale basieren, müssen folglich über viele Umläufe des Protonen-Strahles mitteln, um ihren statistischen Fehler zu limitieren.

τ_s	F1-Signale/$\tau_s \equiv c$	rel. Fehler = $1/\sqrt{c}$
100 ms	10000	1.0%
10 ms	1000	3.2%
1 ms	100	10%
100 μs	10	32%
30 μs	3	58%

Tabelle 2.1: Vergleich der statistischen Fehler bei verschiedenen Sampling-Zeiten τ_s, einer Wechselwirkungsrate von $R_{WW} = 10$ MHz. Die Zählerakzeptanz beträgt $a = 0.01$. Zur Bestimmung der statistischen Fehler der Messungen wird angenommen, daß die Anzahl c der F1-Signale pro Sampling-Zeit poissonverteilt ist; eine genaue Betrachtung dieser Eigenschaft folgt in Abschnitt 4.1.1.

Wie schon in Kapitel 1.4.3 angeführt, bietet sich das elektromagnetische Kalorimeter dazu an, Ratenmessungen mit einer wesentlich besseren Zeitauflösung durchzuführen. Die der Wechselwirkungsrate proportionale Energieinformation aus den ECAL-Zellen steht mit einer Auflösung von 8 bit für jedes Bunchcrossing zur Verfügung. Wenn auch die Energieverteilung zu breit ist, um für jedes Bunchcrossing die genaue Zahl der Wechselwirkungen zu bestimmen [13], so ist das System, wenn über mehrere Bunchcrossings gemittelt wird, den Hodoskop-Zählern durch seine exzellente Zeitauflösung bei weitem überlegen. Zeitlich auf Bunch-Niveau aufgelöste Messungen der F1-Rate sind mit Hilfe von FADC[1]-Systemen möglich und auch realisiert worden [24]. Jedoch muß auch bei diesem Verfahren aufgrund der oben genannten Gründe über viele Umläufe des Protonenstrahles gemittelt werden.

---

[1] FADC: Schneller Analog-Digital-Wandler

2.2 Aufbau der Elektronik und Beschreibung der Datennahme

Um Zeitserien der F1-Rate mit einer konstanten Sampling-Zeit τ_s zu generieren, wird ein elektronischer Zähler in Kombination mit einem Pulsgenerator verwendet. Der Zähler summiert die aus den Hodoskop-Signalen generierten F1-Signale und schreibt sie in ein Zählregister. Der Pulsgenerator erzeugt im Zeitabstand τ_s ein Signal, welches den Zähler veranlaßt, den momentanen Zählerstand in ein FIFO[2]-Register zu speichern und das Zählregister für die nächste Messung zu löschen. Die Zählerstände werden aus dem FIFO ausgelesen und zur weiteren Verarbeitung in einer Datenbank gespeichert; ein Online-Analyse-Programm ermittelt aus den Zeitserien wichtige Meßgrößen; sie können zum Abschätzen der Datenqualität graphisch dargestellt werden.

2.2.1 Die verwendete Elektronik

Sowohl der Pulsgeber als auch der Zähler stammen aus dem Hause SIS [25]. Beide können über eine VME-Schnittstelle[3] durch den Rechner gesteuert und ausgelesen werden. Den Geräten liegt dasselbe elektronische Layout zugrunde; lediglich die Programmierung der Steuerungslogik ist unterschiedlich.

Der Pulsgeber SIS3807

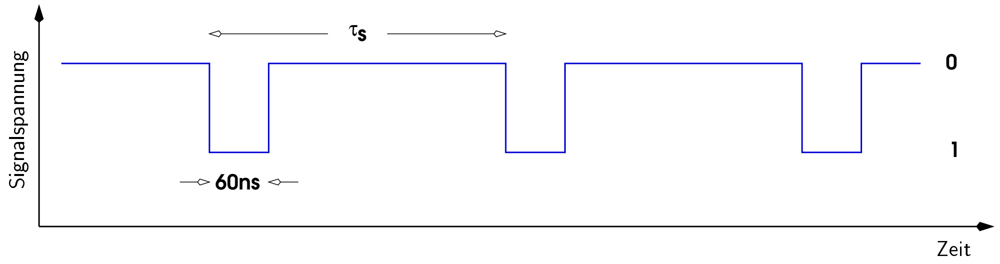


Abbildung 2.1: Eine negativen Flanke des Pulsgenerators veranlaßt den Zähler, eine neue Messung zu beginnen. Der Abstand zweier negativer Flanken bestimmt die Sampling-Zeit τ_s.

Der Pulsgeber SIS3807 [26] besteht aus vier unabhängig programmierbaren Pulsgeneratoren, von denen zur Zeit einer zum Einsatz kommt. Er dient zur Erzeugung der Zeitkonstanten τ_s, die die Länge einer Einzelmessung der F1-Rate definiert. Zu diesem Zweck erzeugt der Pulsgenerator im zeitlichen Abstand τ_s ein Signal der Länge 60 ns (siehe Abbildung 2.1), das zum Ansteuern des Zählermodules dient. Die Sampling-Zeit

---

[2] FIFO, engl: First In First Out; Zwischenspeicher, dessen Inhalte in der Reihenfolge ihres Hineinschreibens wieder zurückgelesen werden

[3] VME: VERSAmodule Eurocard; Industrie-Standard für einen Datenbus, der Datenaustausch zwischen Prozessor und Peripherie ermöglicht.

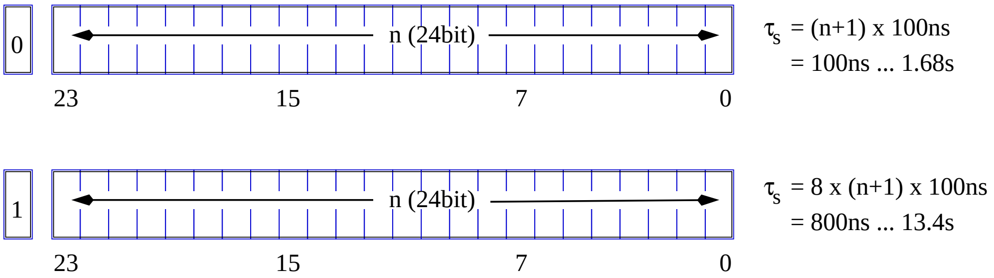


Abbildung 2.2: Wahl des Pulsabstandes τ_s. Ein 24bit-Register erlaubt die Wahl des Parameters n, aus dem sich die Sampling-Zeit τ_s errechnet. Ein zusätzliches Skalierungsbit (links) ermöglicht, den gewählten Wert um den Faktor acht zu skalieren.

τ_s wird über ein 24bit-Register gewählt; ein zusätzliches Skalierungs-Bit erlaubt, den eingestellten Wert um den Faktor acht zu verlängern. Abbildung 2.2 erläutert diese beiden Betriebsmodi: Demnach kann die Sampling-Zeit im Bereich von 100 ns bis hin zu 1.68 s in Schritten von 100 ns gewählt werden, mit gesetztem Skalierungsbit erweitert sich der Bereich entsprechend auf 800 ns bis 13.4 s, in Schritten von 800 ns.

Der Zähler SIS3806

Der Zähler SIS3806 [27] besteht aus acht voneinander unabhängigen Zählregistern. Die Tiefe jedes Registers beträgt 32 bit; jedes ist in der Lage, eingehende Signale mit einer Maximalfrequenz von 500 MHz zu registrieren. Im Rahmen dieser Arbeit wird nur ein Zählregister genutzt, um die aus den Signalen der Hodoskop-Zähler erzeugten F1-Signale zu summieren. Um eine Zeitserie der F1-Rate zu erzeugen, muß der Zählerstand in Zeitabständen τ_s gespeichert und das Zählregister für die nächste Messung gelöscht werden. Dazu wird das am Pulsgeber SIS3607 erzeugte Signal auf den Eingang `ENABLE_COUNTING` des Zählers gegeben. Wird dort ein Puls von mindestens 10 ns Länge angelegt, so wird zum Zeitpunkt der abfallenden Flanke der Stand des Zählregisters in ein 64 KByte großes FIFO-Register geschrieben; von dort kann er über die VME-Schnittstelle der Zählerkarte ausgelesen werden. Das FIFO-Register dient dabei als Puffer zwischen der zeitsynchronen Datennahme auf der einen und der asynchronen Auslese durch den Rechner auf der anderen Seite. Da der Inhalt des Zählregisters 32 bit Speicherplatz benötigt, können im FIFO bis zu 16384 Meßwerte zwischengespeichert werden; Datennahme und Datenverarbeitung sind damit weitgehend entkoppelt.

Das Speichern des Zählerstandes sowie das Löschen des Zählregisters beansprucht eine gewisse Zeit, während der das Zählregister keine eingehenden Signale von den Hodoskopzählern verarbeiten kann. Um Totzeiten zu vermeiden, ist aus diesem Grunde jedes Zählregister in zwei Zählbänke aufgeteilt, die sich beim Zählen abwechseln. In Abbildung 2.3 ist dies verdeutlicht: Zum Zeitpunkt t_0 wird die Messung gestartet; die erste Bank beginnt, die F1-Signale zu zählen. Liegt nach der Zeit τ_s ein `ENABLE_COUNTING`-Signal am Zähler an, so wird ein als Bank-Switching bezeichneter Wechsel der Zählbänke vorgenommen; erst dann wird der Inhalt der ersten Bank in den FIFO geschrieben,

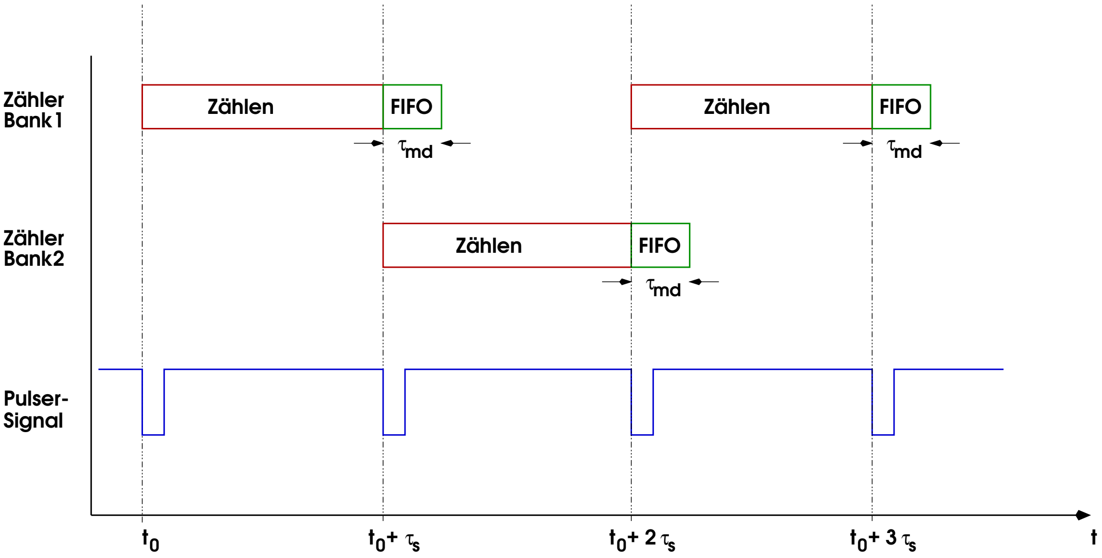


Abbildung 2.3: Bank-Switching: Nach dem Start der Messung zum Zeitpunkt t_0 wechseln sich zwei Zählbänke beim Zählen ab.

während die zweite Bank parallel dazu die Hodoskopsignale zählt. Sendet der Pulser das nächste `ENABLE_COUNTING`-Signal an den Zähler, so findet erneut ein Bank-Wechsel statt: Bank 1 übernimmt das Zählen, während Bank 2 ihren Zählerstand in den FIFO schreibt. Ein Bank-Wechsel findet innerhalb weniger Nanosekunden statt; bis zu der spezifizierten maximalen Zählrate von 500 MHz, das heißt bis zu einem Signalabstand von 2 ns, können eingehende Signale ohne Signalverlust verarbeitet werden. Zeichnet man Zeitserien der F1-Rate auf, so ist der minimale Abstand zweier F1-Signale durch den zeitlichen Abstand $\tau_{BX} = 96\,\text{ns}$ zweier Bunchcrossings gegeben; damit wird der Zähler weit außerhalb seines kritischen Bereiches betrieben.

Für die Übertragung des Zählerstandes der Bank in den FIFO und das anschließende Löschen der Bank wird eine konstante Zeit τ_{md} von $1.3\,\mu$s benötigt, die als Minimum-Dwell-Time[4] bezeichnet wird. Wählt man die Sampling-Zeit mindestens so groß wie diese Minimum-Dwell-Time, $\tau_s \geq \tau_{md}$, so ist sichergestellt, daß zeitlich im Abstand τ_s aufeinanderfolgende Messungen totzeitfrei durchgeführt werden.

Der Füllgrad des FIFO kann über das Statusregister des Zählers ermittelt werden. Dieses stellt verschiedene Flags[5] zur Verfügung, die je nach Füllgrad des FIFO aktiv sind; die vom Datennahmeprogramm zur Überwachung des FIFO-Zustandes verwendeten Flags werden mit `FIFO_EMPTY` und `FIFO_HALF_FULL` bezeichnet; sie geben an, ob der FIFO leer bzw. halb gefüllt ist. Durch Auslese des FIFO während der Datennahme kann verhindert werden, daß er sich vollständig füllt; tritt dieser Zustand dennoch auf, so stoppt der Zähler die Datennahme, um zu verhindern, daß im FIFO gespeicherte Daten

---

[4] Minimum-Dwell-Time, engl: kleinste Verweildauer

[5] Flag: Statusbit, das einen bestimmten Systemzustand anzeigt

durch Überschreiben verloren gehen. Dieser Zustand ist am gesetzten `FIFO_FULL`-Flag im Statusregister zu erkennen.
Abbildung 2.4 erläutert schematisch den elektronischen Aufbau der Zeitserien-Messung. Die Signal- und Datenflüsse zwischen Pulsgenerator, Zähler und Rechner sind durch Pfeile angedeutet.

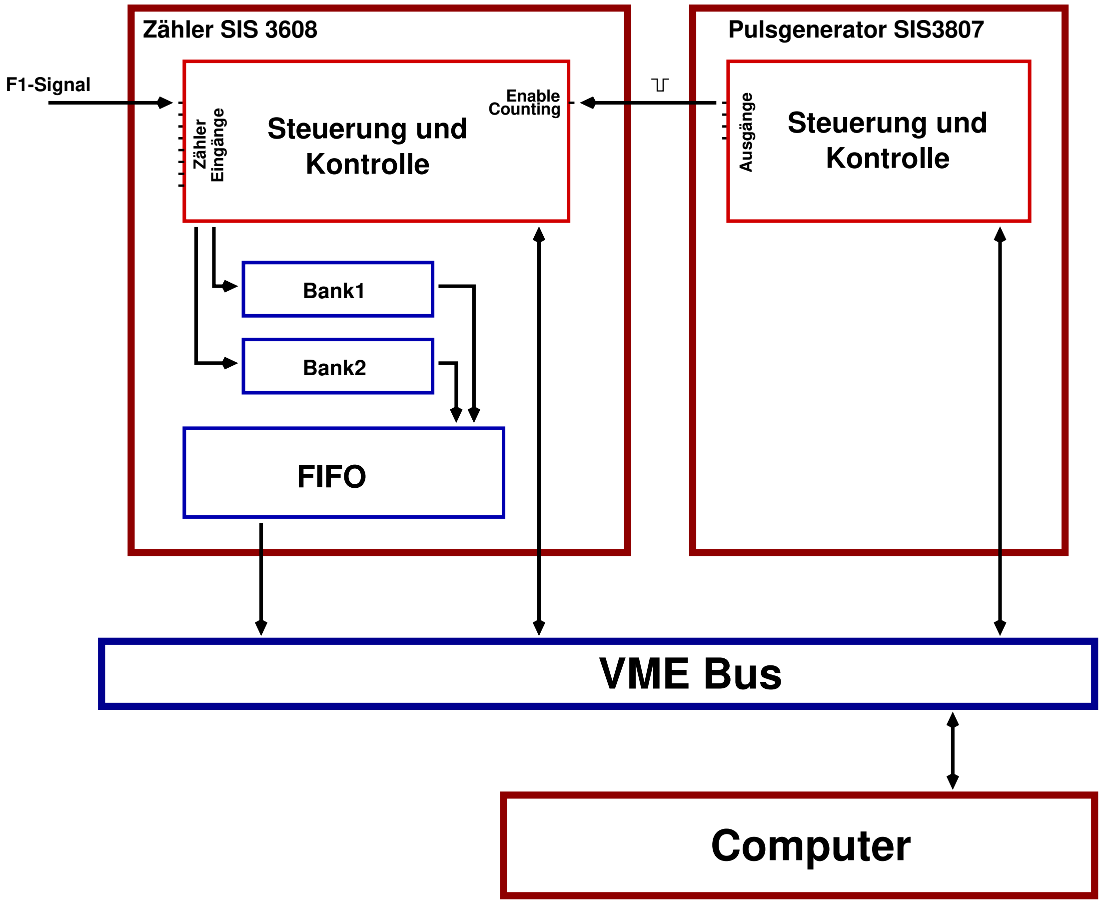


Abbildung 2.4: Schematische Darstellung des elektronischen Aufbaues der Datennahme-Elektronik. Die Signale und Datenströme zwischen Pulsgenerator, Zähler und Rechner sind durch Pfeile verdeutlicht.

2.2.2 Datennahme und Datenverarbeitung

Nicht nur die Güte der Meßelektronik hat Einfluß auf die Qualität der Daten; auch die Datennahme und die weitere Verarbeitung der Daten liefern einen wichtigen Beitrag zur Datenqualität und zur effizienten Ausführbarkeit nachfolgender Analysen.
Im Rahmen dieser Arbeit wurden folgende Punkte umgesetzt:

- Ein stabiles Datennahmeprogramm wurde erstellt, welches in der Lage ist, Zeitserien nahezu beliebiger Länge in einem weiten Bereich möglicher Sampling-Zeiten aufzuzeichnen und zu speichern.

- Ein Online-Analyse-Programm, das wichtige Meßgrößen aus den Zeitserien ermittelt und diese darstellt, ermöglicht eine Qualitätskontrolle der Daten schon während der Datennahme.
- Die Datennahme wurde in die allgemeine Datenverarbeitung integriert; auf diese Weise wird ein effizienter Zugriff auf die großen Datenmengen ermöglicht.

Das Datennahmeprogramm scate

Zur Aufzeichnung von Zeitserien der F1-Rate wurde das Programm scate implementiert. Über ein Menü gesteuert, ermöglicht es die Aufzeichnung von Zeitserien nahezu beliebiger Länge[6]. Zudem kann die Sampling-Zeit τ_s in einem weiten Bereich gewählt werden; nach unten ist sie durch die Minimum-Dwell-Time $\tau_{md} = 1.3\,\mu$s beschränkt; die obere Grenze bildet der maximale Pulsabstand von 13.4 s, den der Pulsgeber erzeugen kann (siehe Abschnitt 2.2.1).

Der FIFO des Zählers kann mit maximal 16384 Meßwerten gefüllt werden, bevor der Zähler die Datennahme stoppt. Werden nur Zeitserien dieser Länge benötigt, so genügt es, in regelmäßigen Intervallen zu prüfen, ob das `FIFO_FULL`-Flag im Statusregister des Zählers gesetzt wurde. Daraufhin können die Daten über die VME-Schnittstelle ausgelesen und eine neue Meßreihe gestartet werden.

Sind hingegen mehr als 16384 Meßwerte pro Zeitserie nötig, so muß der FIFO während der Datennahme kontinuierlich ausgelesen werden. Da viele Analysen von Ratenfluktuationen (siehe Kapitel 4 und 5) lange Zeitserien benötigen, wurde bei der Implementation von scate dieser Weg beschritten.

Um den FIFO kontinuierlich auslesen zu können, muß gewährleistet sein, daß die Auslese über den VME-Bus mindestens so schnell ausgeführt werden kann, wie Daten in den FIFO hineingeschrieben werden. Die Größe eines FIFO-Eintrags beträgt $w = 4\,$Byte; der endliche Durchsatz D des VME-Busses – ungefähr 40 MB/s im praktischen Betrieb [28] – beschränkt daher die Sampling-Zeit τ_s nach unten zu

$$\tau_s \geq w/D = \frac{4\,\mathrm{Byte}}{40\,\mathrm{MByte/s}} \approx 100\,\mathrm{ns}. \tag{2.3}$$

Es ist also bei kontinuierlicher Auslese des FIFO nicht möglich, die Sampling-Zeit τ_s kleiner als 100 ns zu wählen. Hierzu muß noch die Rechenzeit addiert werden, die zur Abfrage des Statusregisters des Zählers nötig ist. Allerdings ist im vorhergehenden Abschnitt schon gezeigt worden, daß $\tau_s \geq \tau_{md} = 1.3\,\mu$s gelten muß, um totzeitfrei Daten aufzeichnen zu können. Daher ergibt sich aus der Relation (2.3) keine weitere Einschränkung des Meßbereiches.

Abbildung 2.5 zeigt schematisch den Ablauf der Datennahme: Zunächst werden in einem ersten Schritt (1) sowohl Zähler als auch Pulsgeber initialisiert. Der Pulsgeber

---

[6] die Länge der Zeitserie ist nur durch den vorhandenen Arbeitsspeicher limitiert.

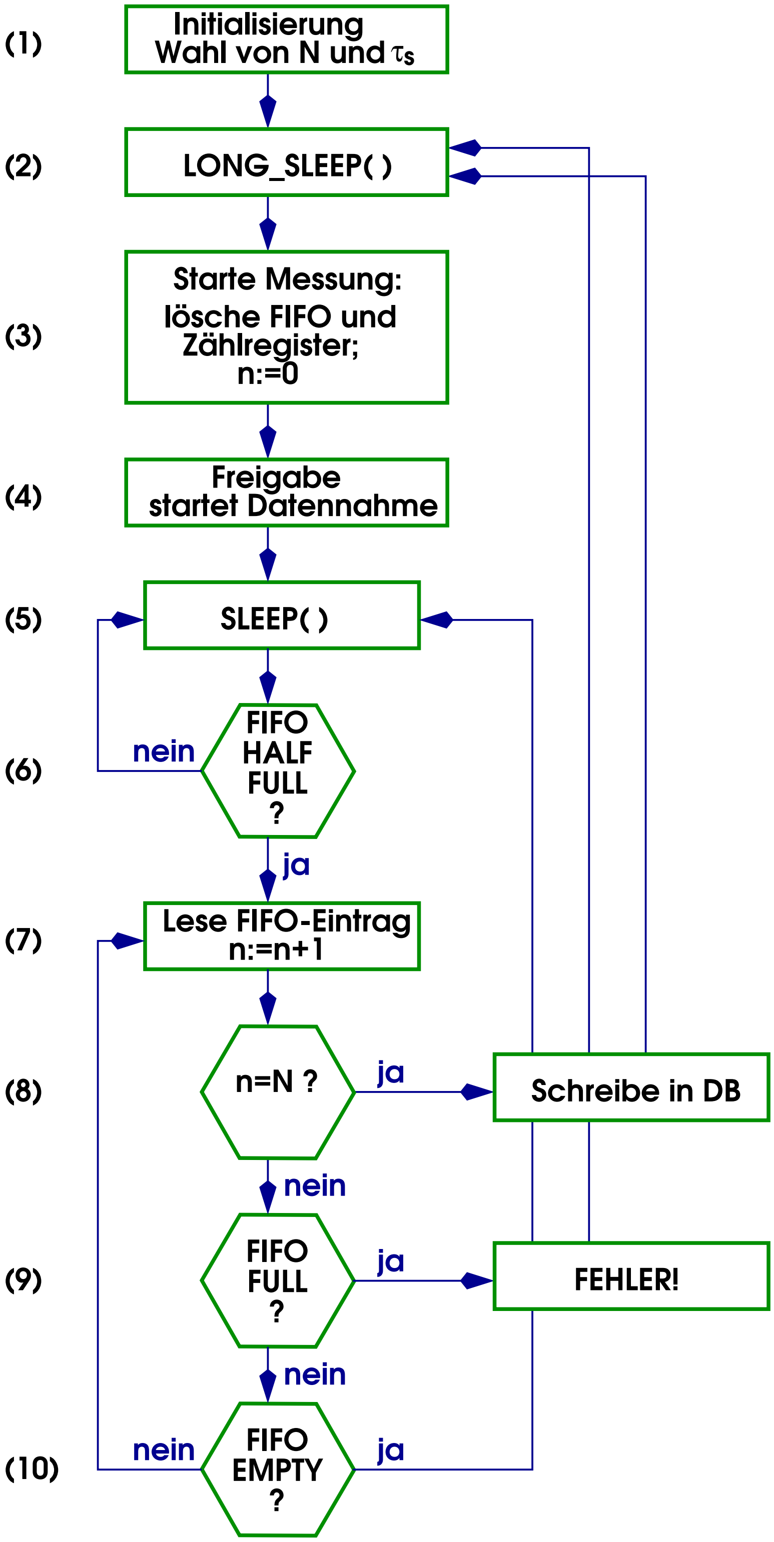


Abbildung 2.5: Ablaufdiagramm des Datennahmeprogrammes scate

wird auf die gewählte Sampling-Zeit τ_s programmiert. Die Zahl der aufzuzeichnenden Meßwerte N pro Zeitserie kann frei gewählt werden. Nach der Initialisierung wartet das Programm eine vom Nutzer zu bestimmende Zeit (2); diese Pause zwischen den einzelnen Meßreihen – in der Regel wird eine Zeit von 300 s gewählt – dient der Begrenzung des Datenvolumens. Nach diesem mit `LONG_SLEEP()` bezeichneten Programmschritt wird eine Messung gestartet (3). Dazu werden FIFO und Zählregister gelöscht. Die Variable n, die die Anzahl der aus dem FIFO ausgelesenen Meßwerte angibt, wird mit Null initialisiert. Anschließend wird das Zählregister freigegeben (4). Der Zähler nimmt nun selbständig Daten und schreibt den Inhalt seines Zählregisters zu den durch den Pulsgeber vorgegebenen Zeiten in den FIFO.

Das Programm überprüft im Anschluß an eine kleine Pause (5), ob sich der FIFO schon bis zur Hälfte gefüllt hat. Dazu wird kontrolliert, ob im Statusregister des Zählers das `FIFO_HALF_FULL`-Flag gesetzt wurde (6). Ist das nicht der Fall, so wiederholen sich Schritte (5) und (6), bis das Flag gesetzt ist.

Ist der FIFO zur Hälfte gefüllt, beginnt der Auslesezyklus: Über die VME-Schnittstelle wird ein Eintrag des FIFO in den Speicher des Computers gelesen (7); die Zahl der ausgelesenen Einträge wird um eins erhöht. Die Ausleseschleife (7)-(10) wird im Normalfall so lange wiederholt, bis der FIFO geleert ist; zu erkennen ist dies am gesetzten `FIFO_EMPTY`-Flag im Statusregister (10). In diesem Fall springt das Programm zurück zu Punkt (5) und wartet, bis sich der FIFO wieder zur Hälfte gefüllt hat.

Der Ausleseprozeß kann noch durch zwei weitere Vorgänge unterbrochen werden: Zum einen wird nach jedem gelesenen FIFO-Eintrag überprüft, ob die Zahl N der gewünschten Meßwerte pro Zeitserie erreicht ist (8). Ist das der Fall, so werden alle bis dahin ausgelesenen Einträge in die Datenbank geschrieben; nach Beendigung der Datennahmepause (2) wird dann eine neue Messung gestartet (3).

Zusätzlich wird nach jedem Auslesezyklus überprüft, ob der FIFO trotz kontinuierlicher Auslese durch den Computer vollgelaufen ist (9). Dies kann auftreten, wenn der VME-Bus nicht in seiner vollen Bandbreite genutzt werden kann, oder die auslesende CPU viel Rechenzeit mit der Abarbeitung anderer Prozesse verbringt. In diesem Falle wird die Meßreihe abgebrochen und – nach Ausgabe einer Fehlermeldung – eine neue Meßreihe gestartet (2, 3).

Die mit diesem System aufgezeichneten Daten können mit den Messungen des Target-Kontroll-Systems verglichen werden. Wie Abbildung 2.6 illustriert, liefert die Datennahme mit `scate` die erwarteten Ergebnisse. Sie zeigt im oberen Teil die Wechselwirkungsrate als Funktion der Zeit, wie sie das Target-Kontroll-System im Meßrun 136b (1999) gemessen hat. Im unteren Teil ist die Wechselwirkungsrate dargestellt, die mit dem Programm `scate` aufgezeichnet wurde. Beide Messungen zeigen ein weitgehend übereinstimmendes Verhalten, lediglich die mit `scate` durchgeführte Messung zeigt geringere Fluktuationen; dies ist darauf zurückzuführen, daß die Meßwerte von `scate` über jeweils 10 Sekunden gemittelt wurden, während die Messungen des Target-Kontroll-Systems jede Sekunde zur Verfügung stehen.

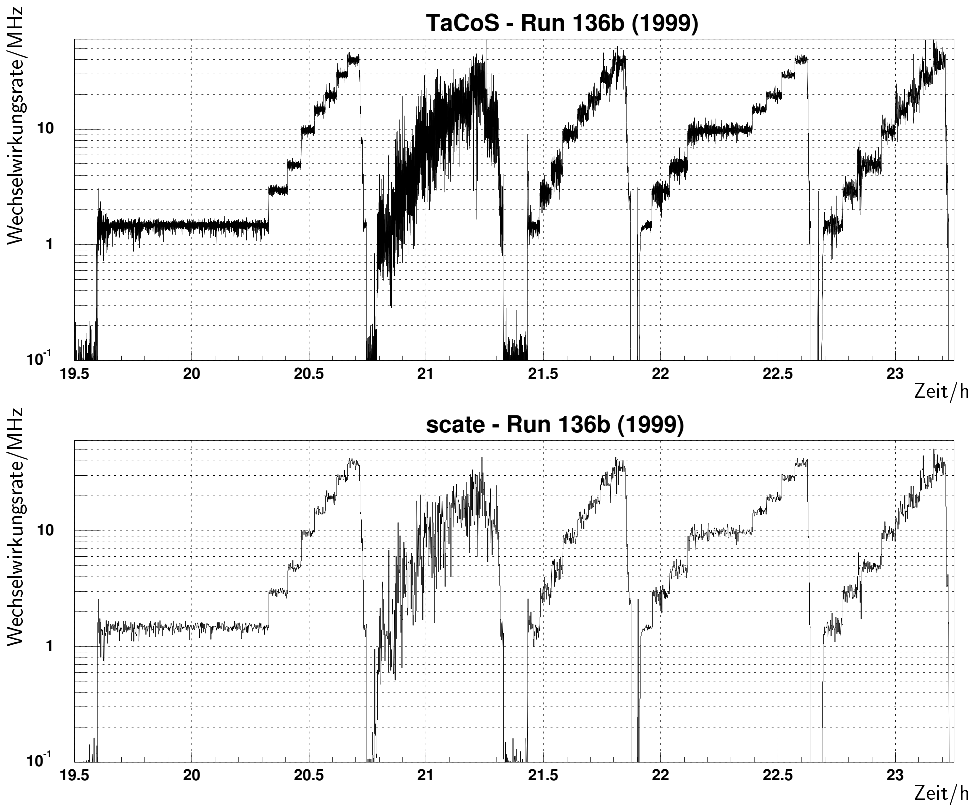
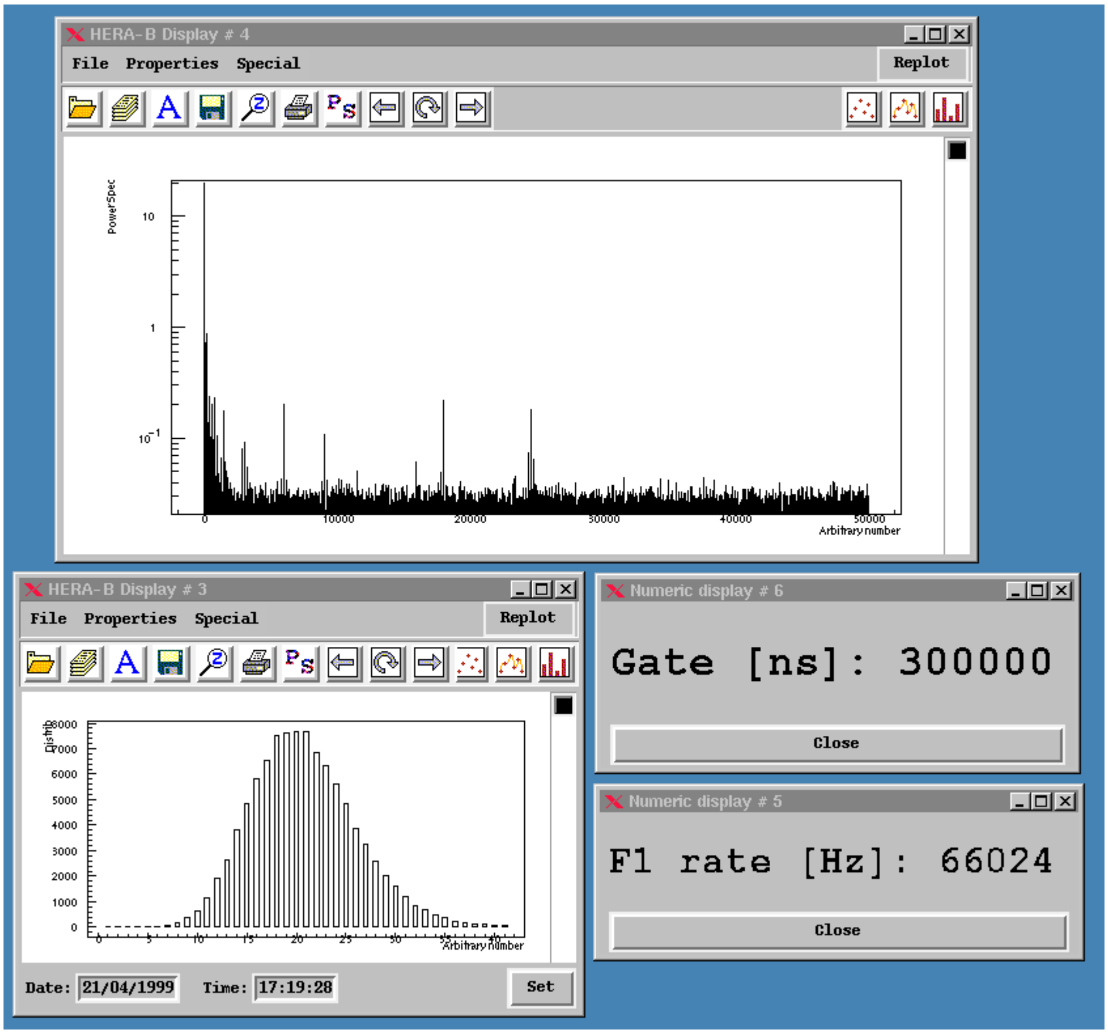


Abbildung 2.6: Illustrativer Vergleich zweier Messungen der Wechselwirkungsrate als Funktion der Zeit. Oben: Die Messung des Target-Kontroll-Systems, die sekündlich aufgetragen wurde. Unten: Die mit scate gemessene Wechselwirkungsrate; sie wurde über einen Zeitraum von jeweils 10 s gemittelt.

Online-Analyse mit scana

Schon während des Datennahmeprozesses werden die gemessenen Zeitserien analysiert. Diese Aufgabe wird von dem Programm scana übernommen, das die in die Datenbank geschriebenen Meßreihen ausliest; die einzelnen Meßwerte werden zu einer Ratenverteilung histogrammiert, die mittlere F1-Rate sowie die Breite der Ratenverteilung werden bestimmt. Durch eine Fast-Fourier-Transformation (siehe Kapitel 4.2.1) wird ein Frequenzspektrum der Meßreihe erzeugt, welches – ebenso wie die anderen Analyseergebnisse – in der Datenbank gespeichert wird.
Alle Größen können während der Datennahme graphisch dargestellt werden (siehe Abbildung 2.7); damit ist eine direkte Überprüfung der Messung möglich.
Genauere Ausführungen zu den oben erwähnten Analyseverfahren finden sich in Kapitel 4.



Date: 21/04/1999 Time: 17:19:28

Gate [ns]: 300000

F1 rate [Hz]: 66024

Abbildung 2.7: Die Online-Analyse ermöglicht die graphische Aufbereitung der Meßergebnisse während der Datennahme. Oben das Frequenzspektrum der Zeitserie, links unten die Ratenverteilung, rechts unten die gewählte Sampling-Zeit (Gate) und die mittlere F1-Rate.

Integration in die Target-Datennahme

Um die zentrale Speicherung und Archivierung großer Datenmengen zu automatisieren, wurde die Datennahme an das Datennahmesystem des HERA-B-Targets angeglichen. Das Datenbankformat, die Bezeichnung der verschiedenen Datenbanken und die Werkzeuge zu Konvertierung und Transport der Datenbanken wurden aus dem schon vorhandenen System übernommen. Die Datenbanken werden automatisch archiviert und im DESY Rechenzentrum gespeichert. Dies trägt entscheidend zur Datensicherheit und Transparenz der Archivierung bei.

Abbildung 2.8 zeigt schematisch den Datenfluß im Jahre 1999. Das Programm `scate` kontrolliert auf dem Rechner `hb-vme30` die Datennahme und schreibt die vollständigen Zeitserien in die Datenbank auf dem Rechner `hb-con12`. Dort bereitet das Online-Analyse-Programm `scana` die Daten zur graphischen Darstellung auf und schreibt die Ergebnisse in die Datenbank. Typischerweise täglich wird eine neue Datenbank gestartet; die alte wird dann automatisch sowohl lokal archiviert, als auch in den Bereich `data2` exportiert, von wo aus sie zum einen auf DAT[7] archiviert, zum anderen auf den Rechner `hera-b` kopiert wird. Dort werden die Daten zentral archiviert und stehen nach einem Import-Vorgang zu Analysezwecken zur Verfügung.

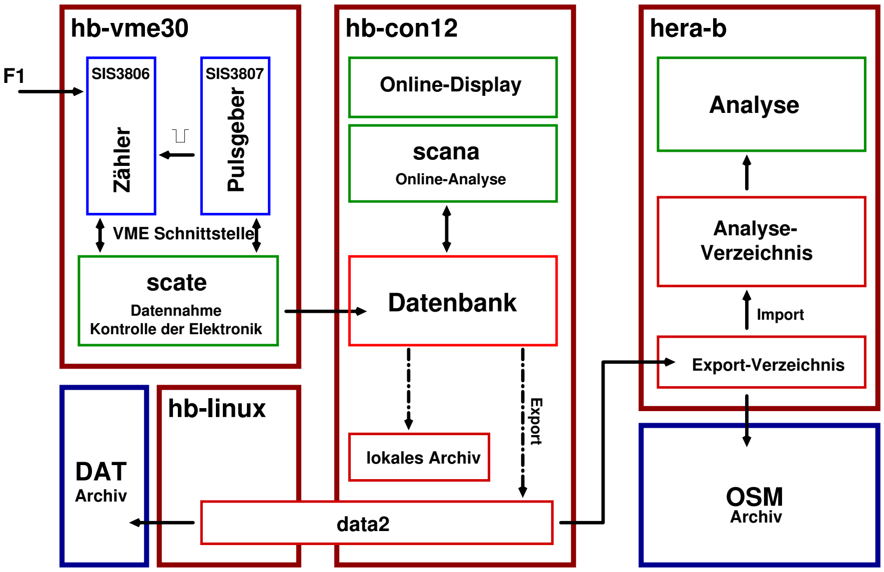


Abbildung 2.8: Übersicht über den Datenfluß 1999. Die Daten werden auf dem Rechner `hb-vme30` produziert und auf `hb-con12` in die Datenbank geschrieben. Alle Datenbanken werden auf den Rechner `hera-b` kopiert, wo sie archiviert werden und zur Analyse zur Verfügung stehen.

---

[7] DAT: Digital Audio Tape

Kapitel 3

Simulation von Zeitserien

Um den Einfluß von Ratenfluktuationen auf die Breite der Wechselwirkungsrate genauer untersuchen zu können, wurde die Simulation *mc*Hit geschrieben; sie erlaubt, auf Bunchniveau Wechselwirkungen zu generieren und in die Hodoskopzähler abzubilden. Damit ist es möglich, Zeitserien beliebiger Länge mit unterschiedlichen Wechselwirkungsraten und Sampling-Zeiten zu simulieren.

3.1 Grundlegende Funktion

Die Simulation basiert auf der Annahme, daß die Zahl der Wechselwirkungen pro Bunchcrossing poissonverteilt ist (siehe Abschnitt 1.4.3). Ist R_{WW} die Wechselwirkungsrate und R_{BX} die mittlere Bunchcrossing-Rate, so ergibt sich der Erwartungswert der Verteilung zu

$$\lambda_0 = \frac{R_{WW}}{R_{BX}} = \frac{R_{WW}[\mathrm{MHz}]}{8.523}. \tag{3.1}$$

Die poissonverteilte Zahl der Wechselwirkungen pro Bunchcrossing bildet eine statistische Quelle für Ratenfluktuationen; neben dieser sieht die Simulation eine zeitlich periodische Störung $g(t)$ der Wechselwirkungsrate vor; sie bewirkt eine Oszillation des Erwartungswertes λ:

$$\lambda(t) = \frac{R_{WW}\ \ (1+g(t))}{R_{BX}} = (1+g(t))\,\lambda_0. \tag{3.2}$$

Der Simulation liegt ein idealisiertes Bunchspektrum des HERA-Protonenstrahles zugrunde; wie in Abbildung 1.4 dargestellt ist, sind dabei 180 der 220 Hochfrequenzabschnitte mit Protonen gefüllt. Obwohl bekannt ist, daß die einzelnen Bunche für gewöhnlich in verschiedenem Maße zur Erzeugung von Wechselwirkungen beitragen [24], wurde in der Simulation der Einfachheit halber angenommen, daß jeder Bunch denselben Anteil zur Ratenproduktion liefert. Da bei der Untersuchung von Zeitserien der F1-Rate die Sampling-Zeit so groß gewählt werden muß, daß über viele Umläufe des Protonen-Strahles gemittelt wird, ist trotz dieser Vereinfachung die Vergleichbarkeit der simulierten Daten mit der Realität gegeben.

3.2 Generierung der Zeitserie

Um eine Zeitserie der Länge N mit der Sampling-Zeit τ_s zu erzeugen, wird zunächst die Zahl der Bunchcrossings N_{BX} pro Sampling-Intervall τ_s bestimmt:

$$N_{BX} = \tau_s \cdot R_{BX}. \tag{3.3}$$

Wie in Abbildung 3.1 schematisch dargestellt ist, wird für jedes der N_{BX} Bunchcrossings anschließend die Zahl n der inelastischen Wechselwirkungen gewürfelt. Dem Zufallszahlengenerator liegt dabei eine Poissonverteilung mit dem Erwartungswert $\lambda(t)$ aus (3.2) zugrunde. Jede der so erzeugten Wechselwirkungen besitzt eine Wahrscheinlichkeit a, in den Hodoskopzählern nachgewiesen zu werden. Um diese Trefferwahrscheinlichkeit zu simulieren, wird für jede Wechselwirkung eine gleichverteilte Zufallszahl $k \in [0; 1[$ gewürfelt; die Hodoskop-Zähler gelten als getroffen, wenn $k \leq a$ erfüllt ist. Als Trefferwahrscheinlichkeit a wird die Gesamtakzeptanz der Hodoskopzähler gewählt; für die Runperioden '99a und '99b sind die Akzeptanzen in Tabelle 1.2 angegeben.

Da nur eine Wechselwirkung pro Bunchcrossing von den Zählern aufgelöst werden kann, wird das Zählregister, das die Hodoskop-Treffer aufsummiert, pro Bunchcrossing genau dann um eins erhöht, wenn mindestens eine Wechselwirkung zu einem Hodoskop-Treffer führte. Anschließend wird mit dem nächsten Bunchcrossing fortgefahren. Dieser Vorgang wiederholt sich, bis die geforderte Zahl N_{BX} der Bunchcrossings – das heißt, die gewählte Sampling-Zeit τ_s – erreicht ist. Die in diesem Zeitraum im Zählregister akkumulierten Treffer bilden ein Sample der Zeitserie; sie werden ausgelesen und zur späteren Analyse in einer Datenbank gespeichert. Anschließend wird das Zählregister gelöscht und mit der Generierung des nächsten Samples fortgefahren, bis alle N Samples erzeugt wurden.

Abbildung 3.2 zeigt eine mit dieser Simulation erzeugte Zeitserie: Bei einer Sampling-Zeit von $\tau_s = 100\,\mu\text{s}$ wurden 10^5 Samples erzeugt; die Wechselwirkungsrate war mit 10 MHz vorgegeben, die Akzeptanz beträgt $a = 0.0074$. Es wurde keine periodische Störung erzeugt, $g(t) \equiv 0$; alle Fluktuationen der Wechselwirkungsrate ergeben sich allein aus der Poissonstatistik. Im oberen Teil der Abbildung ist die zeitliche Entwicklung der Wechselwirkungsrate über einen Zeitraum von 200 ms dargestellt; der untere Teil zeigt die Ratenverteilung, die sich unter Berücksichtigung aller 10^5 Samples ergibt. Sie weist deutlich die Form einer Poissonverteilung auf; in Kapitel 4.1.1 wird gezeigt, daß die Ratenverteilung bis auf einen Skalierungsfaktor tatsächlich mit einer Poissonverteilung beschrieben werden kann.

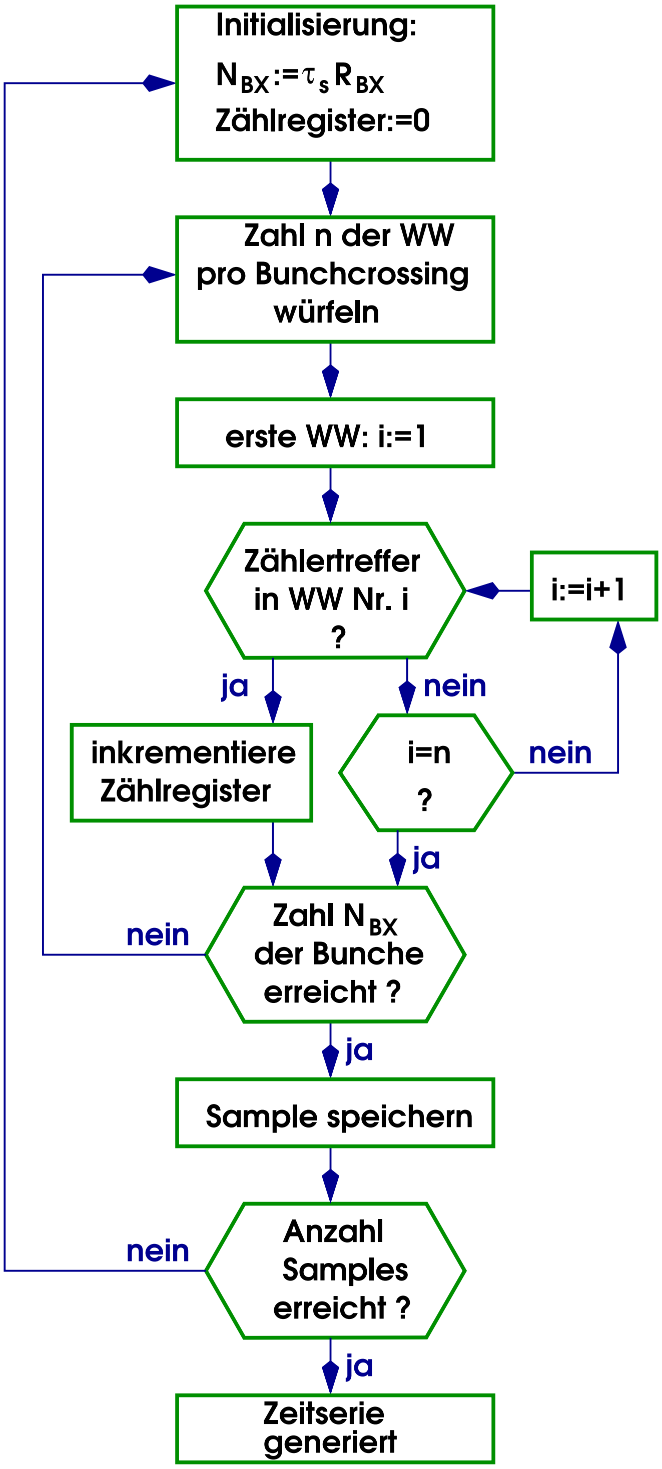


Abbildung 3.1: Ablaufdiagramm zur Generierung simulierter Zeitserien mit *mc*Hit.

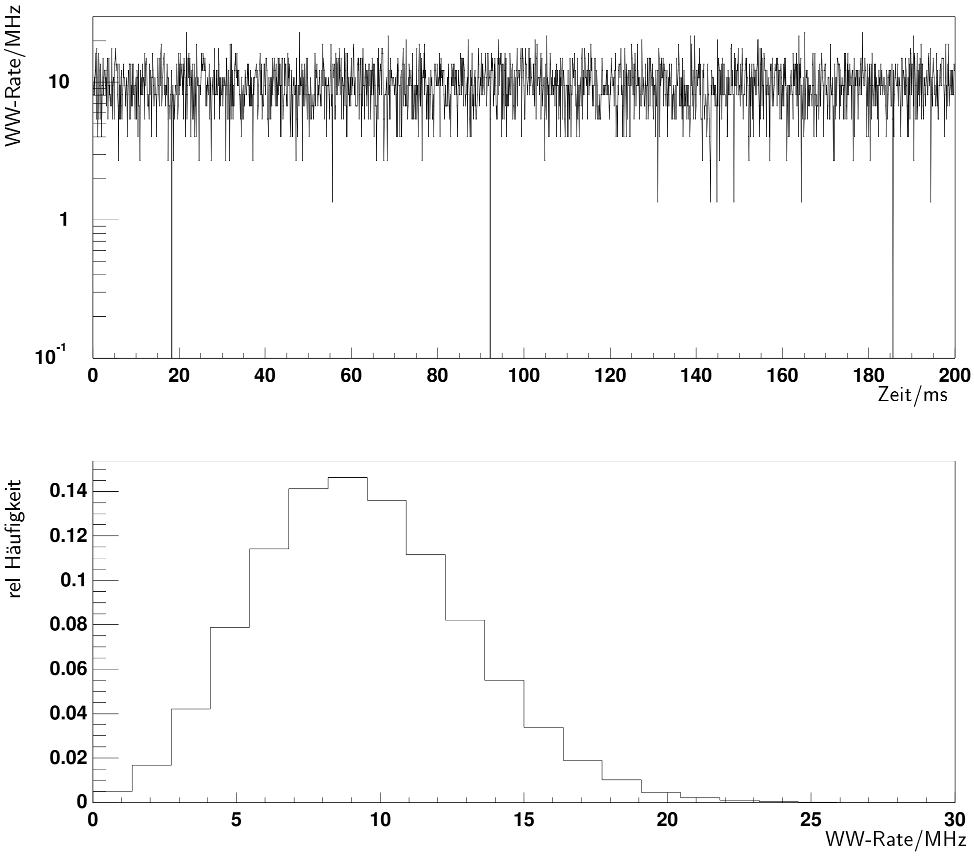


Abbildung 3.2: Eine mit *mcHit* generierte Wechselwirkungsrate. Die Sampling-Zeit beträgt 100 μs, die Wechselwirkungsrate 10 MHz. Oben: Zeitliche Entwicklung der Wechselwirkungsrate. Unten: Die Häufigkeitsverteilung der Wechselwirkungsrate folgt einer Poissonverteilung.

Kapitel 4

Analyse von Ratenfluktuationen

Nachdem in den letzten beiden Kapiteln die Messung sowie die Simulation von Zeitserien genauer dargestellt wurde, wenden sich die folgenden Abschnitte der Analyse von Ratenfluktuationen zu. Nach einer Einführung in die grundlegenden Eigenschaften von Ratenbreiten und in die Spektralanalyse folgen Untersuchungen zu statistischen und physikalischen Abhängigkeiten der Ratenbreite; neben Einflüssen durch die Wahl der Sampling-Zeit und die Wechselwirkungsrate werden Messungen zu verschiedenen Drahtorientierungen und -materialien untersucht. Ferner wird gezeigt, daß Bodenvibrationen einen Einfluß auf Ratenfluktuationen haben.

4.1 Quantitative Erfassung von Ratenfluktuationen

Ein wesentliches Kriterium für die Größe von Ratenfluktuationen ist die Breite der Ratenverteilung. Um sie zu bestimmen, benötigt man n unabhängige Messungen der Wechselwirkungsrate, die in Form einer Zeitserie $\mathbf{S}$ der F1-Rate R_{F1} bestimmt werden können (siehe Kapitel 2.1). Jede Einzelmessung der Rate erstreckt sich über einen Zeitraum τ_s, die Sampling-Zeit. Da die Wechselwirkungsrate, wie in Kapitel 1.4.3 erläutert, bis auf einen Akzeptanz-Faktor mit der F1-Rate identisch ist, genügt es, alle Untersuchungen auf die F1-Rate zu beschränken.

4.1.1 Die Verteilungsfunktion der F1-Rate

Die im Abschnitt 2.1 angegebene Abschätzung des statistischen Fehlers der F1-Rate beruht darauf, daß die Anzahl c der F1-Signale pro Sampling-Zeit poissonverteilt ist. Wie im folgenden gezeigt wird, folgt diese Eigenschaft unmittelbar aus dem Ansatz (1.15), daß die Zahl d der Wechselwirkungen pro Bunchcrossing poissonverteilt ist mit dem Erwartungswert λ. Unter der Voraussetzung, daß die Akzeptanz a der Hodoskop-Zähler klein ist und die Wechselwirkungsrate nicht zu groß wird, ist die Zahl c_{BX} der Hodoskoptreffer pro Bunchcrossing dann ebenfalls poissonverteilt mit dem Erwartungswert

$a\lambda$:

$$\mathcal{P}_{hit}(c_{BX}, a\lambda) = \frac{(a\lambda)^{c_{BX}}}{c_{BX}!} e^{-a\lambda}. \tag{4.1}$$

Bei diesem Ansatz bleibt unberücksichtigt, daß die Zähler keine Mehrfachtreffer pro Bunchcrossing auflösen können; jedoch ist die Wahrscheinlichkeit, daß mindestens zwei Treffer pro Bunchcrossing auftreten, selbst bei $\lambda = 5$, einer Wechselwirkungsrate von 40 MHz entsprechend, und $a = 0.01$ äußerst gering, so daß (4.1) die wahren Verhältnisse äußerst genau approximiert:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{hit}(c_{BX} \geq 2) &= 1 - \mathcal{P}_{hit}(c_{BX} = 0) - \mathcal{P}_{hit}(c_{BX} = 1) \\ &= 1 - 0.951 - 0.048 = 0.001. \end{aligned} \tag{4.2}$$

Alle k Zählertreffer $c_{BX,j}$, die während der Sampling-Zeit τ_s auftreten, werden im Zählregister akkumuliert; ihre Summe ist die Zahl c_i der F1-Signale pro Sampling-Zeit. Da eine Summe poissonverteilter Größen wieder poissonverteilt ist [29], bilden auch diese n Zählratenmessungen

$$c_i = \sum_{j=1}^{k} c_{BX,j} \tag{4.3}$$

eine Poissonverteilung mit dem Erwartungswert $E(c)$. Um den statistischen Fehler jeder Einzelmessung c_i abschätzen zu können, approximiert man $E(c)$ durch den Meßwert c_i:

$$E(c) \approx c_i. \tag{4.4}$$

Da die Varianz der Poissonverteilung mit dem Erwartungswert identisch ist,

$$\sigma^2(c) \equiv E(c), \tag{4.5}$$

kann der Fehler der i-ten Einzelmessung abgeschätzt werden zu

$$s(c_i) = \sqrt{\sigma^2(c)} \approx \sqrt{c_i}, \tag{4.6}$$

wie bereits in Kapitel 2.1 behauptet wurde.
Die F1-Rate $R_{F1}(i)$ ergibt sich aus der i-ten Zählratenmessung zu

$$R_{F1}(i) = \frac{c_i}{\tau_s}. \tag{4.7}$$

Da es sich hier um eine lineare Operation handelt, nimmt die Verteilung der F1-Rate ebenfalls die Form einer Poisson-Verteilung an; zwar kann sie nicht mehr durch eine Verteilungsfunktion der Form (1.15) beschrieben werden, da die F1-Raten dimensionsbehaftete und nichtganze Zahlen sind; allerdings sind beide Verteilungen wegen (4.7) bis auf einen Skalierungsfaktor identisch.
Gleiches gilt für die Verteilung der Wechselwirkungsraten

$$R_{WW}(i) = \frac{R_{F1}(i)}{a}; \tag{4.8}$$

auch sie nimmt die Form einer Poissonverteilung an, wie in der Simulation mit *mc*Hit gezeigt werden konnte (vgl. Abbildung 3.2).
Wie oben angeführt, gelten diese Überlegungen nur, wenn die Ratenfluktuationen allein durch Poissonstatistik verursacht werden; für den Fall, daß zusätzliche Störungen auftreten, sind Abweichungen von der Poissonverteilung zu erwarten (siehe auch Kapitel 4.3.2).

4.1.2 Definition der Ratenbreite

In Abhängigkeit der n Einzelratenmessungen $R_{F1}(i)$ ist die Ratenbreite definiert als Wurzel der mittleren quadratischen Abweichung der Einzelmessungen vom Ratenmittelwert (RMS[1]):

$$\sigma_{F1}(n,\tau_s) := \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(R_{F1}(i)-\overline{R_{F1}}\right)^2}. \tag{4.9}$$

Der Ratenmittelwert der Meßreihe bestimmt sich zu

$$\overline{R_{F1}} := \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} R_{F1}(i). \tag{4.10}$$

Für den in der Realität häufig auftretenden Fall, daß die Ratenverteilung eine gaußförmige Gestalt annimmt, nähert sich die Wurzel aus der mittleren quadratischen Abweichung für große n der Standardabweichung σ der Gaußverteilung an (vgl. Abbildung 4.1).

Für die meisten Analysen ist es sinnvoll, statt der absoluten Ratenbreite die relative Ratenbreite $\sigma_{F1,rel}(n,\tau_s)$ anzugeben, da sie nicht direkt von der Wechselwirkungsrate abhängt; dadurch ist sie mit der relativen Ratenbreite der gemessenen Wechselwirkungsrate σ_{WW} identisch:

$$\begin{aligned} \sigma_{F1,rel}(n,\tau_s) &= \frac{\sigma_{F1}(n,\tau_s)}{\overline{R_{F1}}(n,\tau_s)} \\ &\overset{(1.18)}{=} \frac{\sigma_{WW}(n,\tau_s)}{\overline{R_{WW}}(n,\tau_s)} = \sigma_{WW,rel}(n,\tau_s). \end{aligned} \tag{4.11}$$

Ebenso offensichtlich ist, daß die relative Ratenbreite $\sigma_{F1,rel}$ identisch ist mit der relativen Breite $\sigma_{c,rel}$ der n Einzelzählraten c_i:

$$\sigma_{c,rel} = \frac{\sigma_c}{\overline{c}} \equiv \sigma_{F1,rel} \equiv \sigma_{WW,rel}, \tag{4.12}$$

mit

$$\sigma_c^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(c_i-\overline{c}\right)^2. \tag{4.13}$$

---

[1] RMS: Root Mean Squared

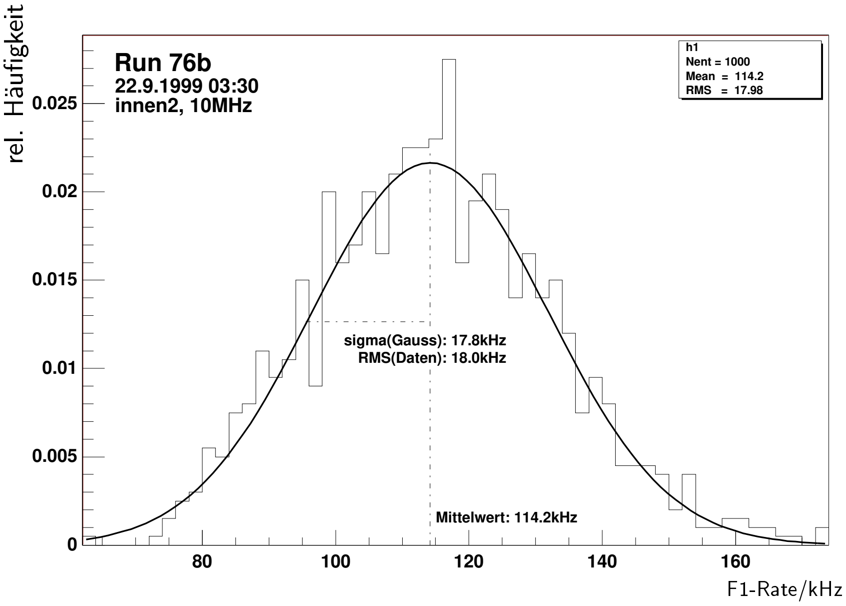


Abbildung 4.1: Ratenverteilung der F1-Rate aus $n = 1000$ Einzelmessungen. Die Poissonverteilung geht in eine Gaußverteilung über, die Breite der angepaßten Gaußkurve und der RMS der Daten stimmen in guter Näherung überein.

Der Mittelwert $\overline{c}$ der Zählraten ergibt sich zum einen aus der Mittelwertbildung über alle Einzelzählraten, zum anderen läßt er sich mit Hilfe der Akzeptanz a und der mittleren Wechselwirkungsrate $\overline{R_{WW}}$ abschätzen:

$$\overline{c} = \frac{1}{n} \sum_i c_i = a\tau_s \overline{R_{WW}}. \tag{4.14}$$

Die Ratenbreite ist bei Untersuchungen von Ratenfluktuationen von zentraler Bedeutung. Ihr Verhalten wird im Rahmen dieser Arbeit in Abhängigkeit verschiedener Parameter, wie etwa der Sampling-Zeit, der Wechselwirkungsrate oder der Drahtorientierung, untersucht. Um diese Abhängigkeiten quantifizieren zu können, ist es notwendig, den Fehler der Ratenbreite zu kennen.
Unter Berücksichtigung der statistischen Fehler der Einzelmessungen c_i wird daher im folgenden eine Abschätzung für den statistischen Fehler der relativen Ratenbreite gegeben.

4.1.3 Statistischer Fehler der Ratenbreite

Wie in Abschnitt 4.1.1 gezeigt wurde, kann der statistische Fehler der einzelnen Ratenmessung zu

$$s(c_i) \approx \sqrt{c_i} \tag{4.15}$$

abgeschätzt werden. Unter der Annahme, daß die Einzelmessungen statistisch unabhängig sind, läßt sich mit Hilfe dieser Fehler der statistische Fehler der Zählratenverteilung (4.13) über Gauß'sche Fehlerfortpflanzung abschätzen:

$$s^2(\sigma_c) = s^2(\overline{c}) \left(\frac{\partial \sigma_c}{\partial \overline{c}}\right)^2 + \sum_{i=1}^{n} s^2(c_i) \left(\frac{\partial \sigma_c}{\partial c_i}\right)^2 . \tag{4.16}$$

Die einzelnen Ableitungen ergeben

$$\frac{\partial \sigma_c}{\partial \overline{c}} = \frac{1}{2\sigma_c} \frac{-2}{n-1} \sum_i (c_i - \overline{c}) = -\frac{\sum_i (c_i - \overline{c})}{(n-1)\sigma_c} \tag{4.17}$$

bzw.

$$\frac{\partial \sigma_c}{\partial c_i} = \frac{1}{2(n-1)\sigma_c} \sum_j 2(c_i - \overline{c})\delta_{ij} = \frac{c_i - \overline{c}}{(n-1)\sigma_c}, \tag{4.18}$$

und der statistische Fehler $s(\overline{c})$ des Mittelwertes der Zählraten ergibt sich als mittlerer quadratischer Fehler zu

$$s(\overline{c}) = \frac{\sigma_c}{\sqrt{n}}. \tag{4.19}$$

Setzt man (4.15) und (4.17) - (4.19) in (4.16) ein, so ergibt sich für das Quadrat des statistischen Fehlers der Zählratenbreite:

$$\begin{aligned} s^2(\sigma_c) &= \frac{\sigma_c^2}{n} \frac{\left(\sum_i (c_i - \overline{c})\right)^2}{(n-1)^2 \sigma_c^2} + \sum_i c_i \frac{(c_i - \overline{c})^2}{(n-1)^2 \sigma_c^2} \\ &= \underbrace{\frac{\left(\sum_i c_i - n\overline{c}\right)^2}{n(n-1)^2}}_{=0} + \sum_i \frac{c_i (c_i - \overline{c})^2}{(n-1)^2 \sigma_c^2}. \end{aligned} \tag{4.20}$$

Aus (4.20) errechnet sich der relative quadratische Fehler der relativen Ratenbreite nach Gauß'scher Fehlerfortpflanzung zu

$$s_{rel}^2(\sigma_{c,rel}) = s_{rel}^2\left(\frac{\sigma_c}{\overline{c}}\right) = s_{rel}^2(\sigma_c) + s_{rel}^2(\overline{c}) = \frac{s^2(\sigma_c)}{\sigma_c} + \frac{s^2(\overline{c})}{\overline{c}}. \tag{4.21}$$

Der aus (4.21) gewonnene Fehler wird im folgenden als statistischer Fehler der Ratenbreite in die Analysen einfließen.

4.2 Spektralanalyse von Zeitserien

Für das tiefere Verständnis von Ratenfluktuationen reicht die alleinige Analyse von Ratenbreiten nicht aus. Zwar ist es möglich, wie in Kapitel 4.3 gezeigt wird, aus dem Skalierungsverhalten von Ratenbreiten auf die zugrundeliegenden physikalischen Prozesse zu schließen; für ein tieferes Verständnis ist es jedoch von Vorteil, spektrale Verteilungen der Ratenbeiträge zu betrachten, um die Quellen von Ratenfluktuationen genauer lokalisieren zu können.

Werden Teile der Fluktuationen durch periodisch sich wiederholende Vorgänge induziert, so bietet eine Spektralanalyse die Möglichkeit, ihre Frequenzen zu identifizieren und ihren Anteil an der spektralen Gesamtverteilung zu bestimmen.

4.2.1 Diskrete Fouriertransformation und Aliasing

Das übliche Werkzeug zur Spektralanalyse ist die Fouriertransformation [30]. Im physikalisch-technischen Bereich dient sie in unter anderem dazu, eine zeitabhängige physikalische Größe $h(t)$ in ihre Frequenzdarstellung $H(f)$ zu überführen. Dazu wird die kontinuierliche Funktion $h(t)$ linear in eine Summe von Sinus- und Cosinus-Funktionen abgebildet. Natürlich ist auch die inverse Transformation $H(f) \to h(t)$ definiert, weshalb die Fouriertransformation üblicherweise als Gleichungspaar dargestellt wird:

$$H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t)\; e^{2\pi i f t}\; dt =: \mathcal{F}\left(h(t)\right) \tag{4.22}$$

$$h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} H(f)\; e^{-2\pi i f t}\; df =: \mathcal{F}\left(H(f)\right). \tag{4.23}$$

Beide Funktionen können komplex sein; für den wichtigen Fall, daß $h(t)$ reell ist, gilt $H(-f) = [H(f)]^*$, so daß sich der Aufwand für die Berechnung des Frequenzspektrums stark reduziert.

Die Gesamtleistung eines Signals $h(t)$ kann nach dem Parseval'schen Theorem [30] sowohl in der Frequenz- als auch in der Zeitdarstellung berechnet werden; sie ergibt sich zu

$$P_{total} = \int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|^2\; dt = \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2\; df. \tag{4.24}$$

Für den Fall, daß $h(t)$ reell ist, ergibt sich der Leistungsanteil, der im Frequenzbereich $[f, f + df[$ enthalten ist, zu

$$P(f) = 2|H(f)|^2\; df. \tag{4.25}$$

Alle Frequenzspektren in dieser Arbeit sind als Leistungsdichte-Spektren $|H(f)|^2$ dargestellt; der Begriff der absoluten Leistung läßt sich in Bezug auf die spektrale Verteilung der Wechselwirkungsrate jedoch nur schwer veranschaulichen; aus diesem Grund und aus Gründen der Vergleichbarkeit verschiedener Spektren werden sie alle auf ihren Gleichstromanteil – also ihre Leistung bei $f \equiv 0$ – normiert.

In vielen praktischen Anwendungen ist $h(t)$ keine kontinuierliche Funktion der Zeit, sondern liegt als Abfolge äquidistanter Messungen,

$$h_l = h(t_0 + l\tau_s), \quad l \in [1 \ldots n],$$

vor. Eine wesentliche Rolle bei der Frage, ob auch eine solche Zeitserie eindeutig in ihre Frequenzdarstellung überführt werden kann, spielt die Sampling-Zeit τ_s. Da die Fouriertransformation die Ursprungsfunktion h in ihre Sinus- und Cosinus-Komponenten zerlegt, muß sichergestellt sein, daß jede in h vorhandene Komponente mit der Frequenz f mindestens mit der doppelten Periode abgetastet wurde; ist das nicht der Fall, so wird sie mit einer niederfrequenten Komponente identifiziert, die dieselben Stützstellen aufweist (siehe Abbildung 4.2). Damit ergibt sich als Bedingung an die höchste im Spektrum von h enthaltene Frequenz f:

$$f \leq f_c = \frac{1}{2\tau_s}. \tag{4.26}$$

Relation (4.26) ist als Nyquist-Bedingung [30] bekannt; die kritische Frequenz f_c wird Nyquist-Frequenz genannt.

Eine wichtige Konsequenz der Nyquist-Bedingung ist das Sampling-Theorem von Shannon [31]: Wenn eine kontinuierliche Funktion $h(t)$, die mit einer Sampling-Frequenz $f_s = \tau_s^{-1}$ aufgezeichnet wird, keine höheren Frequenzanteile enthält als die Nyquist-Frequenz, dann ist sie vollständig bestimmt durch ihre Meßpunkte h_k:

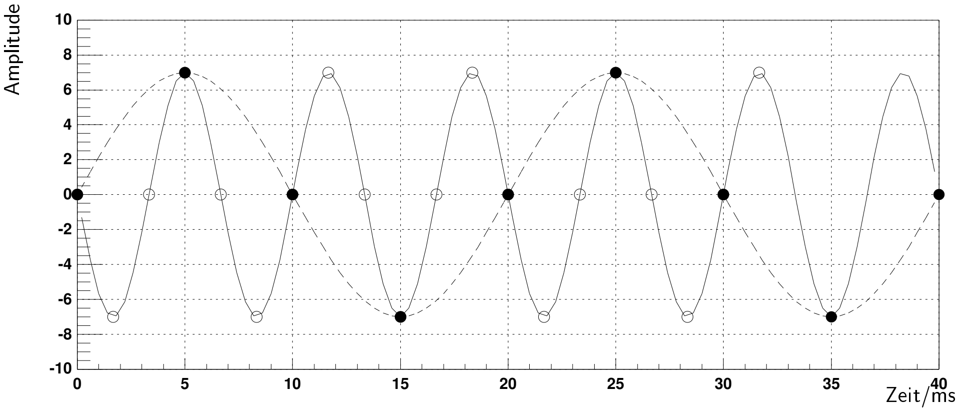


Abbildung 4.2: Entstehung von Aliasing: Wird die dargestellte 150 Hz-Schwingung (durchgezogene Linie) mit nur 200 Hz abgetastet (dargestellt durch die gefüllten Meßpunkte), so kann sie mit einer 50 Hz-Schwingung (gestrichelt) verwechselt werden. Hingegen ist die Zuordnung eindeutig, wenn mit einer Frequenz von 600 Hz abgetastet wird (offene Meßpunkte).

$$h(t) = \tau_s \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_k \, \frac{\sin\left[2\pi f_c \, (t - k\tau_s)\right]}{\pi \, (t - k\tau_s)}. \tag{4.27}$$

Ist die Nyquist-Bedingung hingegen nicht erfüllt, so werden alle Frequenzen $f \geq f_c$ in den Frequenzbereich $[0; f_c[$ hineinprojiziert; dieser Vorgang wird als Aliasing[2] bezeich-

---

[2] Aliasing, engl: falsche Zuordnung

net. Das Spektrum weist dann Linien bei Frequenzen auf, deren zugehörige Schwingungen in der Ursprungsfunktion $h(t)$ nicht vorhanden sind. Sie sind in Bezug auf ihre Amplitude und Breite von echten Frequenzlinien nicht zu unterscheiden.
Die Fouriertransformation der n diskreten Werte h_k ergibt sich durch den Übergang der Integraldarstellung (4.22) in eine Summenform:

$$\begin{aligned} H(f_n) &= \int_{-\infty}^{\infty} h(t)\ e^{2\pi i f_n t} dt \\ &\approx \sum_{k=0}^{n-1} h_k\ e^{2\pi i f_l t_k} \tau_s = \tau_s \sum_{k=0}^{n-1} h_k\ e^{2\pi i k l/n}. \end{aligned} \tag{4.28}$$

Die Summe

$$H_l := \sum_{k=0}^{n-1} h_k\ e^{2\pi i k l/n} \tag{4.29}$$

heißt Diskrete Fouriertransformation (DFT) der n Datenpunkte h_k; die inverse Transformation ergibt sich zu

$$h_k = \frac{1}{n} \sum_{k=0}^{n-1} H_l\ e^{-2\pi i k l/n}. \tag{4.30}$$

Wie man an (4.30) sieht, erfordert die numerische Bestimmung des Spektralanteiles h_k einen Rechenaufwand von $\mathcal{O}(n)$ mathematischen Operationen. Für die Berechnung des gesamten Spektrums aus n spektralen Anteilen sind demnach $\mathcal{O}(n^2)$ Operationen nötig, das heißt, die Zeit, die zur Berechnung einer DFT benötigt wird, nimmt quadratisch mit der Zahl der Datenpunkte zu. Abhilfe schafft ein mathematischer Trick: Die Berechnung einer DFT der Länge n kann aufgespalten werden in die Berechnung zweier DFT der Länge $^n/_2$. Wendet man dieses Verfahren rekursiv an, so läßt sich der Gesamtaufwand reduzieren auf $\mathcal{O}(n \log_x n)$ Operationen, wenn die Zahl der Datenpunkte $n = x^m, m \in \mathbf{N}$ ist. Dieses Verfahren – es wird Schnelle Fouriertransformation (FFT[3]) genannt – kommt bei allen Spektralanalysen dieser Arbeit zum Einsatz. Aufgrund seiner Flexibilität wurde das am Massachusetts Institute of Technology entwickelte Paket fftw[32] verwendet; es ist in der Lage, für jede beliebige Zahl n von Datenpunkten die schnellste Berechnungsmethode zu wählen. Damit erst wird es möglich, Frequenzspektren von Zeitserien schon während der Datennahme zu bestimmen, da die Rechenzeit hinreichend kurz ist.

4.2.2 Filtermethoden

Wie schon im letzten Abschnitt ausgeführt wurde, darf die höchste in einem zu analysierenden Signal vorkommende Frequenz die Nyquist-Frequenz nicht übersteigen. Ist dies nicht garantiert, so muß ein Tiefpaßfilter eingesetzt werden, um die Bandbreite des

---

[3] FFT: Fast Fourier Transform

Eingangssignales zu beschränken, bevor es abgetastet wird. Bei der Bestimmung von Zeitserien einer Zählrate werden statistisch verteilte digitalisierte Signale akkumuliert; daher ist eine analoge Vorfilterung nicht anwendbar. Auf der anderen Seite garantiert aber diese Art der Datennahme, daß die größte Frequenzkomponente, welche in der Zeitserie vorhanden ist, nicht größer sein kann als die Sampling-Frequenz f_s. Das Aufsammeln von Signalen über den Zeitraum τ_s stellt insofern einen einfachen digitalen Tiefpaß dar. Dennoch erfüllt f_s nicht die Nyquist-Bedingung, so daß zusätzliche Filterung notwendig ist, um falsche Linien im Frequenzspektrum zu vermeiden.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein einfaches, aber sehr effektives Verfahren entwickelt, um Aliasing zu verhindern. Es beruht auf der Möglichkeit, die mit der Sampling-Frequenz f_s aufgezeichnete Zeitserie $\mathbf{S}$ der Länge n durch Zusammenfassen jeweils zweier benachbarter Einzelmessungen in eine Zeitserie $\mathbf{S}'$ der Länge $n' = {}^{n}\!/_{2}$ zu überführen. Die Sampling-Frequenz reduziert sich dabei auf

$$f'_s = \frac{f_s}{2},$$

für die Nyquist-Frequenz ergibt sich entsprechend

$$f'_c = \frac{f_c}{2}.$$

Diese Operation bringt zusätzliches Aliasing mit sich: Alle im Frequenzband $[{}^{f_c}\!/_{2}; f_c]$ der Zeitserie $\mathbf{S}$ auftretenden echten Linien mit der Frequenz f_k werden als falsche Linien der Frequenz

$$f'_k = f'_c - (f_k - f'_c) = 2f'_c - f_k \tag{4.31}$$

in das Spektrum der Zeitserie $\mathbf{S}'$ projiziert; sie werden als Spiegelfrequenzen bezeichnet. Solche Linien und auch diejenigen, die schon im Spektrum der Zeitserie $\mathbf{S}$ durch Aliasing erzeugt wurden, können herausgefiltert werden; um das korrigierte Spektrum $\mathbf{H^c}$ der Zeitserie $\mathbf{S}'$ zu erhalten, wird dazu für jeden Spektralbeitrag $H'_i, i \in [1 \ldots n'/2]$ aus $\mathbf{S}'$ folgender Algorithmus angewendet:

$$H^c_i = H'_i - \max(0, H'_i - H_i); \tag{4.32}$$

die H_i sind die spektralen Beiträge der gemessenen Zeitserie $\mathbf{S}$.

Eine Linie im Spektrum von $\mathbf{S}'$, welche durch das Zusammenfassen der Zeitserie $\mathbf{S}$ entstanden ist, produziert im zweiten Term von (4.32) eine positive Differenz der Spektralbeiträge; diese wird vom Spektrum der Zeitserie $\mathbf{S}'$ subtrahiert, wodurch die Linie verschwindet. Spiegelfrequenzen, die bereits im Spektrum von $\mathbf{S}$ vorhanden waren, verändern aufgrund der Relation (4.31) ihre Lage im Spektrum von $\mathbf{S}'$. Die Spektralbereiche um diese Spiegelfrequenzen herum müssen daher nicht weiter korrigiert werden; sie sind dadurch gekennzeichnet, daß sie im zweiten Term von (4.32) eine negative Differenz ausbilden. Der Algorithmus setzt sie in diesem Falle zu Null, so daß keine Korrektur stattfindet.

Das Ergebnis der Filterung ist anhand einer mcHit-Simulation in Abbildung 4.3 dargestellt. Gezeigt ist das Spektrum einer Zeitserie, welche bei einer Wechselwirkungsrate von 10 MHz mit einer Sampling-Frequenz von 500 Hz aufgezeichnet wurde. Den üblichen Poissonfluktuationen wurde eine sinusförmige Fluktuation des Erwartungswertes der Zahl der Wechselwirkungen pro Bunchcrossing überlagert; die Frequenz der Schwingung beträgt 160 Hz. Im oberen Teil der Abbildung ist das Frequenzspektrum der aufgezeichneten Zeitserie abgebildet; deutlich erkennt man die Linie bei 160 Hz. In der Mitte ist das Spektrum der zusammengefaßten Zeitserie $\mathbf{S}'$ zu sehen; da die Nyquist-Frequenz hier 125 Hz beträgt, erscheint die 160 Hz-Linie nach (4.31) als falsche 90 Hz-Linie im Spektrum. Nach der Korrektur durch den oben beschriebenen Algorithmus jedoch verschwindet die falsche Linie, wie im unteren Teil der Abbildung 4.3 zu erkennen. Damit ist das Ziel, eventuell in $\mathbf{S}$ vorhandene hochfrequente Schwingungen aus der Zeitserie herauszufiltern, erreicht; dabei gehen allerdings sämtliche Informationen über den Frequenzbereich $[{}^{f_c}/_2; f_c]$, das heißt die obere Hälfte des ursprünglichen Spektrums, durch die Bildung der neuen Zeitserie $\mathbf{S}'$ verloren.

4.3 Skalierungsverhalten der Ratenbreite

Eine der grundlegenden Fragen bei der Analyse von Ratenbreiten ist, in welcher Weise diese von der Sampling-Zeit τ_s und der Zahl n der Einzelmessungen, die zur Bildung der Ratenbreite benutzt wurden, abhängen. Während der nächste Abschnitt sich mit statistischen Abhängigkeiten befaßt, werden im darauffolgenden Abschnitt mögliche physikalische Abhängigkeiten diskutiert.

4.3.1 Statistische Abhängigkeit von der Sampling-Zeit

Ist der Erwartungswert der Zahl d der Wechselwirkungen pro Bunchcrossing über das Zeitintervall $T = n\tau_s$ konstant, und ist d poissonverteilt, so ist die Ratenbreite vollständig durch Poisson-Fluktuationen bestimmt, welche Ausdruck des zugrundeliegenden Meßprozesses sind.

In Abschnitt 4.1.1 wurde erläutert, daß unter diesen Umständen auch jede Messung c_i der F1-Signale pro Sampling-Zeit poissonverteilt ist; die Varianz von n solcher Messungen ist identisch mit dem Erwartungswert $E_c = E(c)$ der Verteilung:

$$\sigma^2(c) \equiv E_c \approx \overline{c}, \quad \text{mit } \overline{c} = \frac{1}{n}\sum_i c_i. \tag{4.33}$$

Aus der mathematischen Statistik [29] ist bekannt, daß der Ausdruck (4.13) für die Zählratenbreite σ_c eine gute Abschätzung von $\sigma(c)$ ist:

$$\sigma_c^2 = \frac{1}{n-1}\sum_i (c_i - \overline{c})^2 \approx \sigma(c) \approx \overline{c}. \tag{4.34}$$

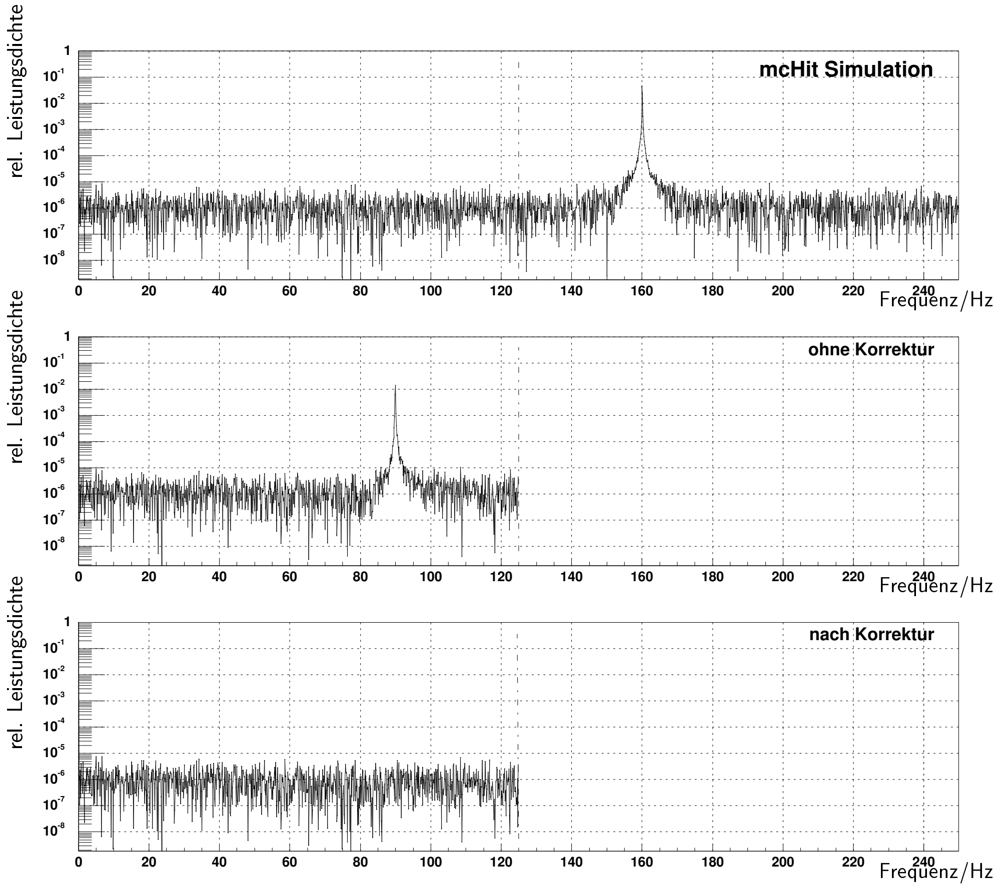


Abbildung 4.3: Korrektur der spektralen Anteile einer Zeitserie. Das Spektrum der ursprünglichen, mit *mc*Hit simulierten Zeitserie ist oben dargestellt. Die Zeitserie wurde zusammengefaßt, das resultierende Spektrum (Mitte) zeigt eine Spiegelfrequenz bei 90 Hz; sie wird durch Anwendung des Filteralgorithmus' eliminiert (unten).

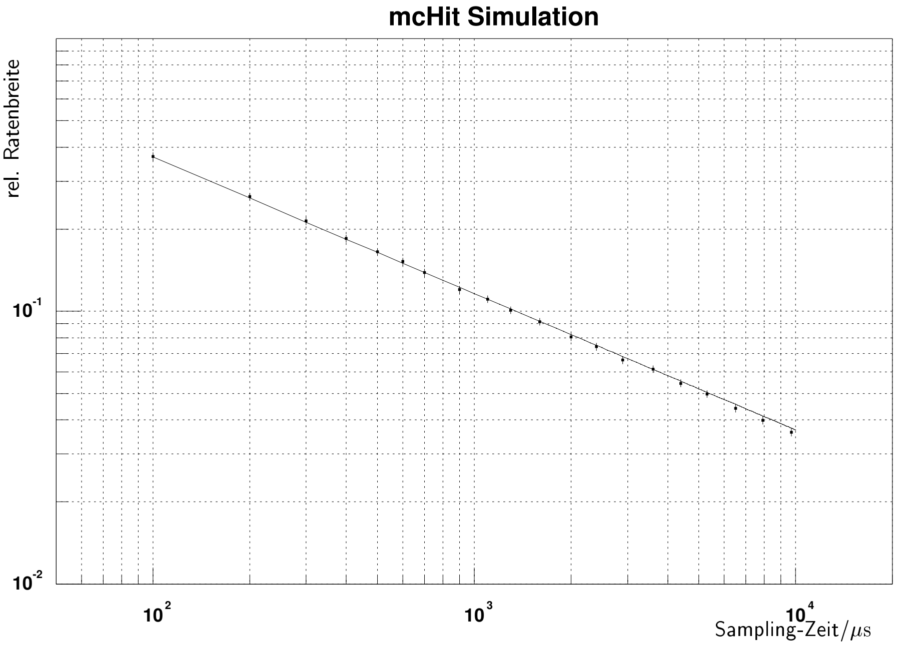


Abbildung 4.4: Skalierungsverhalten der relativen Ratenbreite in Abhängigkeit von der Sampling-Zeit. Die Datenpunkte entstammen einer *mc*Hit-Simulation; die Wechselwirkungsrate beträgt 10 MHz, die Zählerakzeptanz $a = 0.0074$. Jeweils $n = 1000$ Einzelmessungen wurden zur Ermittlung der Ratenbreite herangezogen. Die durchgezogene Linie gibt das Skalierungsverhalten (4.35) wieder.

Aus diesen Zusammenhang ergibt sich mit (4.12) und (4.14) die relative Ratenbreite zu

$$\sigma_{F1,rel}(\tau_s, \overline{R_{WW}}) = \frac{\sigma_c}{\bar{c}} = \frac{1}{\sqrt{\bar{c}}} = \frac{1}{\sqrt{a\tau_s\overline{R_{WW}}}}. \tag{4.35}$$

Bei einer konstanten mittleren Rate $\overline{R_{WW}}$ skaliert die relative Ratenbreite also mit der reziproken Wurzel der Sampling-Zeit. Dieser Zusammenhang ist in Abbildung 4.4 anhand einer *mc*Hit-Simulation dargestellt. Simuliert wurden verschiedene Sampling-Zeiten im Bereich von 100 μs bis hin zu 1 ms. Die simulierte Wechselwirkungsrate beträgt 10 MHz; jeweils $n = 1000$ Samples werden zur Bestimmung der Ratenbreite herangezogen. Die Punkte zeigen die simulierten Daten, während die durchgezogene Linie das Skalierungsgesetz (4.35) wiedergibt. Der doppelt-logarithmische Maßstab verdeutlicht das Potenzgesetz-Verhalten als Gerade mit Steigung $-1/2$; innerhalb der durch (4.21) gegebenen Fehlergrenzen findet sich eine sehr gute Übereinstimmung der Simulation mit dem Skalierungs-Gesetz.

Abbildung 4.5: Skalierungsverhalten der relativen Ratenbreite am Beispiel einer Messung mit dem Innen2-Target bei einer Rate von 10 MHz. Die Meßwerte weichen bei großen Sampling-Zeiten stark vom Poisson-Verhalten (gestrichelt) ab.

4.3.2 Physikalische Abhängigkeiten

Ein Skalierungsverhalten, wie es in Abbildung 4.4 dargestellt ist, basiert auf der Annahme nur durch Poissonstatistik hervorgerufener Ratenfluktuationen. In der Realität weichen die Datenpunkte von diesem Verhalten mehr oder weniger stark ab. Ein typisches Beispiel zeigt Abbildung 4.5 am Beispiel einer Messung mit dem Innen2-Draht bei einer Wechselwirkungsrate von 10 MHz. Bei einer Sampling-Zeit von $\tau_s = 300\,\mu$s wurde eine Zeitserie mit $N = 10^5$ Einzelmessungen aufgezeichnet. Um die dargestellten Meßpunkte bei Vielfachen $k \cdot \tau_s$ der Sampling-Zeit zu erhalten, werden jeweils k zeitlich aufeinanderfolgende Einzelmessungen der Zeitserie addiert; dieses Verfahren erzeugt eine Zeitserie der Länge N/k mit der Sampling-Zeit $k\tau_s$; ihre Ratenbreite kann anschließend nach (4.13) bestimmt werden.

Wie zu erkennen ist, weichen die Datenpunkte bei großen Sampling-Zeiten deutlich vom Poisson-Verhalten ab. Ihr Verlauf legt die Vermutung nahe, daß bei großen Sampling-Zeiten eine Sättigung der Ratenbreite erreicht wird, wohingegen sich die Daten bei kleinen τ_s dem Poisson-Verhalten annähern (4.35). Das abweichende Skalierungsverhalten kann durch zwei physikalische Phänomene erklärt werden, die sich nur in ihrer Zeitkonstanten unterscheiden. Es handelt sich dabei um

- periodische niederfrequente Fluktuationen der Rate und

- hochfrequente und stochastische Ratenfluktuationen.

Der Einfluß diese Effekte wird im folgenden näher untersucht.

Periodische Fluktuationen

Fluktuationen, deren Periodendauern groß gegen die Sampling-Zeit sind, können zu dem in Abbildung 4.5 dargestellten Sättigungsverhalten der Ratenbreite bei großen Sampling-Zeiten führen. Sie können modelliert werden als Fluktuation des Erwartungswertes λ der Zahl der Wechselwirkungen pro Bunchcrossing. Nimmt man als einfachsten Fall eine Sinusschwingung der Kreisfrequenz ω an, so kann λ geschrieben werden als

$$\lambda(t) = \lambda_0 \left(1 + \epsilon \sin \omega t\right), \ \epsilon \geq 0. \tag{4.36}$$

Dabei bezeichnet λ_0 einen mittleren Erwartungswert; ϵ gibt die relative Stärke der Fluktuation wieder. Für den Erwartungswert der Zahl der F1-Signale pro Sampling-Zeit ergibt sich dementsprechend

$$E_c(t) = E_c(i\tau_s) = E_{c,0}(\tau_s) \left(1 + \epsilon \sin \omega i \tau_s\right); \tag{4.37}$$

dabei wurde berücksichtigt, daß die Messung nicht kontinuierlich, sondern zeitlich diskret vonstatten geht. $E_{c,0}$ ist der Erwartungswert der Messung in Abwesenheit periodischer Fluktuationen; bei einer mittleren Wechselwirkungsrate $\overline{R_{WW}}$, einer Hodoskopakzeptanz a und einer gewählten Sampling-Zeit τ_s ergibt er sich zu

$$E_{c,0} = a\tau_s \overline{R_{WW}}. \tag{4.38}$$

Die periodische Schwingung des Erwartungswertes E_c führt zu einem Term σ_S^2, welcher neben dem Anteil σ_c^2, verursacht durch Poissonfluktuationen, zur Gesamtvarianz der Rate beiträgt. Der Beitrag ist abhängig von τ_s und von der Zahl n der Einzelmessungen, die in die Bestimmung der Varianz eingehen:

$$\sigma_S^2(n, \tau_s) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(E_c(i\tau_s) - \overline{E_c}(n)\right)^2. \tag{4.39}$$

$\overline{E_c}(n)$ ist der mittlere Erwartungswert aller n Einzelmessungen.

Um die Varianz (4.39) analytisch darstellen zu können, wird sie in ihre Integraldarstellung überführt. Die Zahl n der Einzelmessungen, die in die Varianz eingehen, wird dabei ersetzt durch die Zeit $T \equiv n\tau_s$, welche für diese Messungen benötigt wird; die i-te Messung wird durch den Zeitpunkt $t \equiv i\tau_s$ ausgedrückt:

$$\sigma_S^2(T) = \frac{1}{T} \int_0^T dt \ (E_c(t) - \overline{E_c}(T))^2. \tag{4.40}$$

Der mittlere Erwartungswert $\overline{E_c}(T)$ ergibt sich als Mittelwert aller Erwartungswerte $E_c(t)$ über die Zeit T:

$$\begin{aligned} \overline{E_c}(T) &= \frac{1}{T} \int_0^T dt \ E_c(t) \overset{(4.37)}{=} \frac{1}{T} \int_0^T dt \ E_{c,0} \left(1 + \epsilon \sin \omega t\right) \\ &= E_{c,0} \left(1 + \frac{\epsilon}{\omega T}(1 - \cos \omega T)\right). \end{aligned} \tag{4.41}$$

Wie an (4.40) zu erkennen ist, heben sich die konstanten Terme $E_{c,0}$, die zum Erwartungswert $E_c(t)$ und seinem Mittelwert $\overline{E_c}(T)$ beitragen, durch Subtraktion heraus. Das vereinfacht die Integration von $\sigma_S^2(T)$: Sie kann mit mit Hilfe der reduzierten Größen

$$\begin{aligned} E_c'(t) &= E_c(t) - E_{c,0} = \epsilon E_{c,0} \sin\omega t \quad \text{und} && (4.42)\\ \overline{E_c'}(T) &= \overline{E_c}(T) - E_{c,0} = \frac{\epsilon E_{c,0}}{\omega T}(1-\cos\omega T) && (4.43)\end{aligned}$$

durchgeführt werden:

$$\begin{aligned} \sigma_S^2(T) &= \frac{1}{T}\int_0^T dt\,\left(E_c'(t) - \overline{E_c'}(T)\right)^2 \\ &= \frac{1}{T}\left[\int_0^T dt\ \epsilon^2 E_{c,0}^2 \sin^2\omega t - \int_0^T dt\ 2\epsilon E_{c,0}\overline{E_c'}\sin\omega t + \int_0^T dt\ \overline{E_c'}^2\right] \\ &= \frac{E_{c,0}^2\epsilon^2}{2} - \frac{E_{c,0}^2\epsilon^2}{4\omega T}\sin 2\omega T - \frac{2\epsilon\overline{E_c'}E_{c,0}}{\omega T}(1-\cos\omega T) + \overline{E_c'}^2 T. \qquad (4.44)\end{aligned}$$

Ersetzt man noch $\overline{E_c'}$ durch den Ausdruck in (4.42), so ergibt sich

$$\sigma_S^2(T) = \epsilon^2 E_{c,0}^2\left[\frac{1}{2} - \frac{1}{4\omega T}\sin 2\omega T - \frac{1}{(\omega T)^2}(1-\cos\omega T)^2\right]. \qquad (4.45)$$

σ_S^2 gibt allein den Anteil an der Ratenvarianz wieder, der durch Fluktuation des Erwartungswertes λ hervorgerufen wird; Fluktuationen durch Poisson-Statistik sind in die obigen Betrachtungen nicht eingeflossen; die sich durch sie ergebende Varianz (siehe auch (4.34))

$$\sigma_c^2 = \overline{E_c}(T) \qquad (4.46)$$

wird zu σ_S^2 addiert, so daß sich für die relative Ratenbreite – verursacht durch Erwartungswert-Fluktuationen und Poisson-Statistik – folgende Abhängigkeit ergibt:

$$\sigma_{F1,rel}^S(T) = \frac{\sqrt{\sigma_S^2+\sigma_c^2}}{\overline{E_c}(T)} = \frac{\sqrt{\sigma_S^2(T)+\overline{E_c}(T)}}{\overline{E_c}(T)}, \quad \text{mit } T = n\tau_s. \qquad (4.47)$$

Das Verhalten der Ratenbreite bei periodischen Ratenfluktuationen wurde mit der Simulation *mc*Hit untersucht. Bei einer Wechselwirkungsrate von 10 MHz und einer Akzeptanz von $a = 0.0074$ wurde der Erwartungswert λ gemäß (4.36) zeitlich variiert; die Frequenz der Schwingung beträgt $f \equiv \omega/2\pi = 0.5\,\text{Hz}$, ihre relative Stärke $\epsilon = 0.7$; $n = 1000$ Einzelmessungen gehen in die Bestimmung der relativen Ratenbreite ein, die in Abbildung 4.6 in Abhängigkeit von der Sampling-Zeit τ_s aufgetragen ist. Die Datenpunkte wurden mit *mc*Hit simuliert, die durchgezogene Kurve spiegelt (4.47) wider. Der Parameter ϵ wurde absichtlich sehr groß gewählt, um die Abweichung der Ratenbreite von der Poisson-Verteilung (gestrichelt) deutlich zu machen.

Bei großen τ_s trägt der Term σ_c^2 nur noch unwesentlich zur relativen Ratenbreite bei;

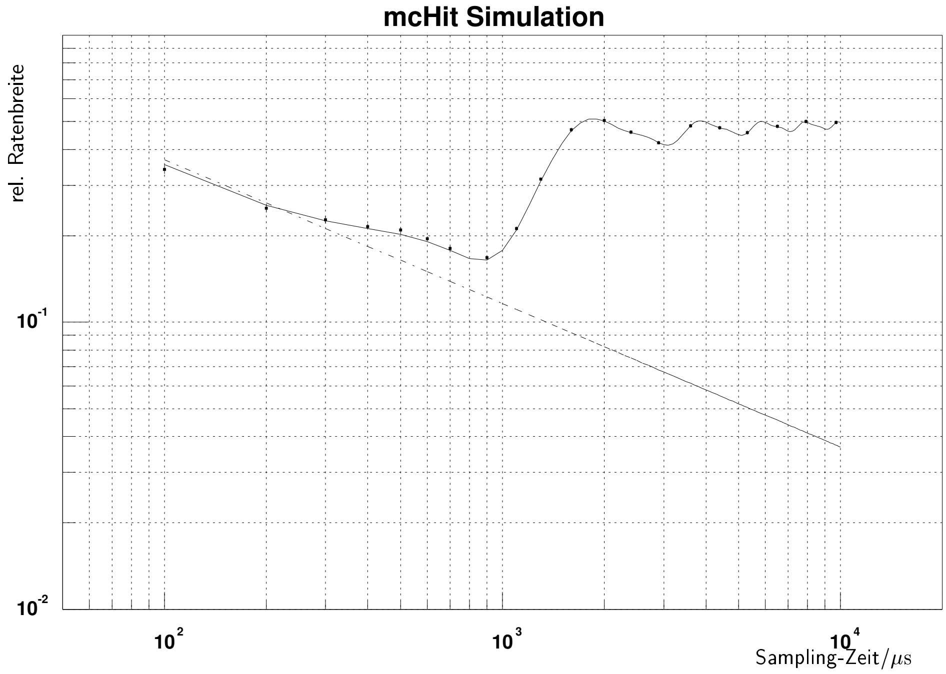


Abbildung 4.6: Simulation der relativen Ratenbreite in Abhängigkeit der Sampling-Zeit. Zusätzlich zu Poisson-Fluktuationen wurde eine periodische Schwingung der Wechselwirkungsrate mit der Frequenz 0.5 Hz überlagert. Das Ergebnis der Simulation wird durch die Datenpunkte wiedergegeben, die durchgezogene Kurve beschreibt die Modell-Erwartung nach (4.47). Zum Vergleich zeigt die gestrichelte Gerade das allein aufgrund von Poisson-Fluktuationen erwartete Skalierungsverhalten.

sie wird in diesem Bereich dominiert von dem Beitrag der periodischen Fluktuation, welcher durch (4.45) charakterisiert ist. Man erkennt, daß die Ratenbreite bei kleinen τ_s zunächst der Poisson-Vorhersage folgt, dann aber stark ansteigt und um einen konstanten Wert zu oszillieren beginnt. Mit zunehmendem τ_s werden die Oszillationen schwächer, begründet durch das $1/T$ und $1/T^2$-Verhalten der Schwingungsterme in (4.45). Es tritt eine Sättigung ein, die durch den ersten Term in (4.45) gegeben ist; in Verbindung mit (4.47) ergibt sich der absolute Wert zu

$$\sigma^{SR}_{F1,rel,sätt} = \frac{\epsilon E_{c,0}}{\sqrt{2} E_{c,0}} = \frac{\epsilon}{\sqrt{2}}. \tag{4.48}$$

Für den in der Simulation gewählten Parameter $\epsilon = 0.7$ ergibt sich

$$\sigma_{SP,rel,sätt} \approx 0.49,$$

in Übereinstimmung mit Abbildung 4.6.

In der Praxis kann der Beitrag (4.45) die Wirklichkeit nur ansatzweise beschreiben;

bei der Betrachtung realer Daten besitzt die Darstellung (4.36) der Oszillation des Erwartungswertes λ nur begrenzt Gültigkeit: Man erwartet, daß mehrere Schwingungen unterschiedlicher Frequenz beitragen, so daß (4.36) erweitert werden muß zu

$$\lambda(t) = \lambda_0 \left(1 + \sum_{k=1}^{m} \epsilon_m \sin \omega_m t \right) , \qquad (4.49)$$

wodurch der Beitrag σ_S^2 eine kompliziertere Form annimmt, die im Rahmen dieser Arbeit nicht untersucht wurde.
Bevor jedoch das monofrequente Modell mit realen Daten verglichen wird, muß auf einen zweiten möglichen Anteil an den Ratenfluktuationen eingegangen werden.

Hochfrequente und stochastische Fluktuationen

Zu den stochastischen Effekten, die Einfluß auf die Ratenbreite nehmen, zählt jede Art von Rauschen innerhalb von HERA; insbesondere das Rauschen von Stromversorgungen der HERA-Magnete kann ungeordnete Strahllage- und Strahlbreitenfluktuationen hervorrufen, die eine fluktuierende Protonendichte am Ort des Targets erzeugen. Äußerst hochfrequente periodische Fluktuationen der Rate, die etwa durch unterschiedliche Ratenbeiträge der einzelnen Bunche aufgrund verschiedener Emittanzen verursacht werden, können in ihrer Zeitstruktur nicht aufgelöst und deshalb im Rahmen des folgenden Modelles als Rauschen behandelt werden.
Rauschen kann veranschaulicht werden als Verschmierung der Poissonverteilung der Zahl der Wechselwirkungen pro Bunchcrossing; die Verteilung wird breiter, ohne daß sich ihr Erwartungswert λ ändert. Ihre Varianz kann dann in erster Näherung beschrieben werden durch die Varianz $\sigma_d^2 = \lambda$ der Poisson-Verteilung, und einen konstanten Term, der die Ratenverbreiterung durch das Rauschen parametrisiert.
Da sich die Zahl der F1-Signale pro Sampling-Zeit als Summe der einzelnen Hodoskop-Treffer darstellt, erwartet man daher, daß zur Breite (4.47) der Zählratenverteilung ein konstanter Rauschterm σ_R^2 beiträgt, der zu den Varianzen σ_c^2 und σ_S^2 addiert werden muß. Mit diesem Ansatz ergibt sich die relative Ratenbreite zu

$$\sigma_{F1,rel}^{SR} = \frac{\sqrt{\sigma_S^2 + \sigma_R^2 + \sigma_c^2}}{\overline{E_c}(T)}, \qquad (4.50)$$

mit σ_S^2 aus (4.45) und σ_c^2 aus (4.46).
Eine Anpassung dieses Modelles an reale Daten ist in Abbildung 4.7 dargestellt; dabei handelt es sich um die Messung, die auch Abbildung 4.5 zugrunde liegt. Die Wechselwirkungsrate beträgt 10 MHz, die Akzeptanz $a = 0.0074$. Basierend auf dem Erwartungswert $E_{c,0}$, der aus (4.38) ermittelt werden kann, wurden die Parameter ϵ, σ_R und ω so optimiert, daß sie die Meßdaten möglichst genau wiedergeben. Ihre Werte für die Anpassung sind in Tabelle 4.1 zusammengefaßt. Man erkennt, daß die Funktion (4.50) das globale Verhalten der Daten über zwei Größenordnungen richtig wiedergibt; in einzelnen Details aber vermag das Modell die Daten nicht korrekt zu beschreiben.

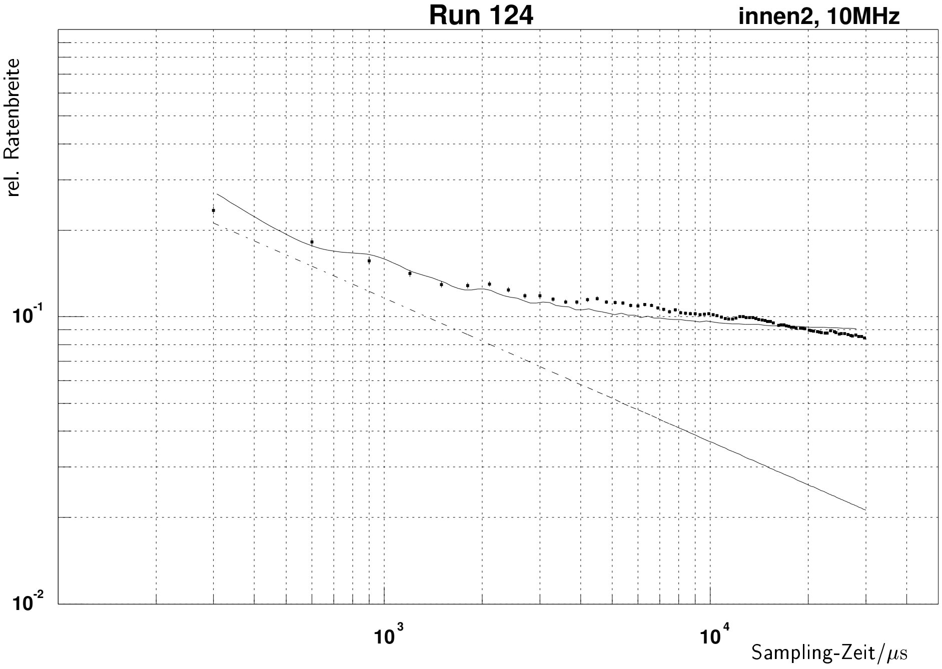


Abbildung 4.7: Abhängigkeit der relativen Ratenbreite einer Messung mit dem Innen2-Target bei 10 MHz. Den Datenpunkten wurde das Modell (4.50), welches durch die durchgezogene Kurve dargestellt ist, angepaßt. Das globale Sättigungsverhalten der Daten wird gut beschrieben, in einzelnen Details jedoch vermag das Modell die Daten nicht genau wiederzugeben. Zur Illustration zeigt die gestrichelte Gerade das Skalierungsverhalten der Ratenbreite, welches sich allein aus Poissonfluktuationen ergibt.

Bedenkt man jedoch, daß in der Praxis mehrere Schwingungen verschiedener Frequenz zur Ratenfluktuation beitragen werden, so kann es nicht verwundern, daß die Anpassung eines Modelles, welches nur eine Frequenz berücksichtigt, die Realität nicht in allen Punkten abzubilden vermag. Die kleinen Fehler der angepaßten Größen, die in Tabelle 4.1 aufgelistet sind, dürfen nicht darüber hinwegtäuschen, daß bei einer Anpassung mit drei Parametern viele optimale Parameter-Konfigurationen existieren, so daß Abbildung 4.7 lediglich die prinzipielle Gültigkeit des Modelles illustriert.

$f = \omega/2\pi$	$0.915 \pm 0.001\,\mathrm{Hz}$
ϵ	0.125 ± 0.001
σ_R	4.06 ± 0.22

Tabelle 4.1: Resultate der Anpassung der Funktion $\sigma_{SPR,rel}$ an die Daten.

4.3.3 Filtermethoden

Um festzustellen, ob tatsächlich niederfrequente periodische Schwankungen der Rate das Sättigungsverhalten der Ratenbreite verursachen, bietet sich die Möglichkeit an, mit Hilfe eines Hochpaßfilters niederfrequente Ratenbeiträge aus den Meßdaten zu entfernen. Im Ergebnis sollte sich eine Zeitserie ergeben, die in ihrem Skalierungsverhalten allein durch Poisson-Statistik bestimmt ist.

Die Methode des mitgeführten Mittelwertes erlaubt auf einfache Weise, niederfrequente Anteile aus einer Meßreihe herauszufiltern. Das Prinzip ist folgendes: Die i-te Einzelmessung c_i der Zeitserie wird korrigiert um einen Mittelwert $\overline{c}_i$, der sich aus dem Meßwert selber, m Meßpunkten, die zeitlich unmittelbar vor der Messung i liegen, und m Meßpunkten, die zeitlich direkt auf die Messung i folgen, zusammensetzt; diese Operation wird auf jeden Meßwert der Zeitserie angewendet, so daß die $2m+1$ Meßwerte ein Fenster bilden, welches über die Daten geschoben wird. Nach der Korrektur wird zu jeder Einzelmessung der Mittelwert $\overline{c}$, der unter Berücksichtigung aller N Einzelmessungen ermittelt wird, addiert:

$$c_i' = c_i - \frac{1}{2m+1} \sum_{k=i-m}^{i+m} c_k + \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} c_k. \tag{4.51}$$

Auf diese Art werden Langzeitfluktuationen unterdrückt: Je kleiner die Fensterbreite $2m+1$ gewählt wird, desto größere Frequenzen werden aus den Daten herausgefiltert. Es gibt allerdings keine scharfe Grenze, die bestimmt, bis zu welcher Frequenz herausgefiltert wird. Lediglich die Abschätzung ist gültig, daß die Periodendauer T_g der Schwingung, welche herausgefiltert werden soll, groß sein muß gegen die Fensterbreite:

$$T_g \gg (2m+1)\tau_s. \tag{4.52}$$

Um die Niederfrequenzabhängigkeit der Ratenbreite zu untersuchen, wird dieses Verfahren auf die Zeitserie angewendet, die das in Abbildung 4.7 gezeigte Sättigungsverhalten aufweist. Als Fensterbreite wurde $(2m+1)\tau_s = 81 \cdot 300\,\mu\text{s} \approx 24\,\text{ms}$ gewählt; damit wird mit Sicherheit jede Schwingung herausgefiltert, deren Frequenz f_g die Abschätzung

$$f_g \ll \frac{1}{24\,\text{ms}} \approx 40\,\text{Hz} \qquad (4.53)$$

erfüllt; dadurch ist sichergestellt, daß ein signifikanter Teil des unteren Spektrums herausgefiltert wird.

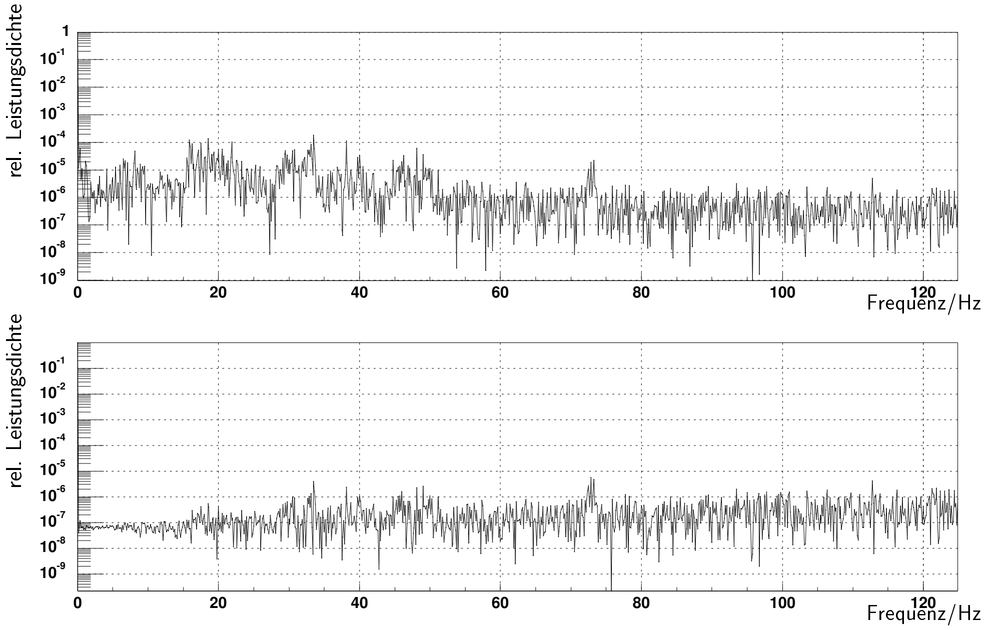


Abbildung 4.8: Anwendung des Methode des mitgeführten Mittelwertes auf die Zeitserie. Dargestellt sind das Spektrum der Originaldaten (oben) und das Ergebnis nach Anwendung des Filters (unten).

Abbildung 4.8 verdeutlicht die Wirkung dieses Filters. Im oberen Teil ist das auf seinen Gleichstromanteil (das heißt seine H_0-Komponente) normierte Frequenzspektrum der Zeitserie zu sehen. Der untere Teil zeigt dasselbe Spektrum nach erfolgter Filterung; es ist bis zu einer Frequenz von 15 Hz nahezu flach; bei höheren Frequenzen bilden sich wieder Strukturen aus, die noch um eine Größenordnung gegenüber dem Originalspektrum unterdrückt sind. Erst ab ungefähr 90 Hz zeigen beide Spektren volle Übereinstimmung. Der Vergleich verdeutlicht, was schon weiter oben erwähnt wurde: Es existiert keine scharfe Abschneidefrequenz für das Filter; zwar werden kleine Frequenzen wirkungsvoll unterdrückt, doch auch höhere Frequenzanteile werden deutlich in Mitleidenschaft gezogen.

Das Skalierungsverhalten der Ratenbreite der schwingungsbereinigten Zeitserie ist in Abbildung 4.9 dargestellt. Das Sättigungsverhalten, welches in Abbildung 4.7 die Ratenbreite dominierte, ist verschwunden; die Ratenbreite folgt dem Gesetz der Poisson-Statistik. Aus diesem Verhalten kann geschlußfolgert werden, daß tatsächlich nieder-

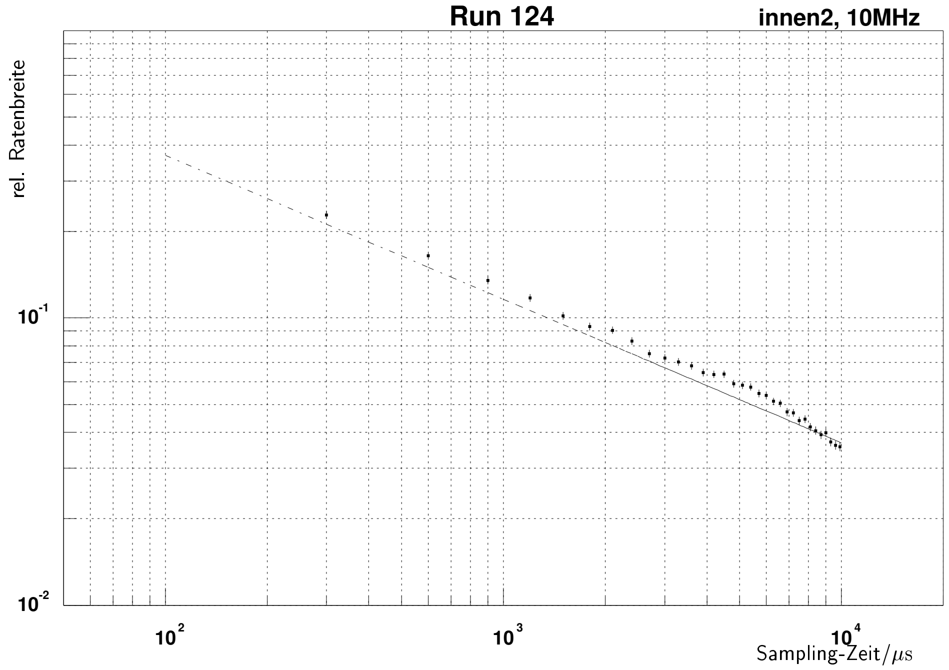


Abbildung 4.9: Das Skalierungsverhalten der Ratenbreite aus hochpaßkorrigierten Daten; die Datenpunkte folgen über zwei Größenordnungen dem Poisson-Skalierungsverhalten, welches durch die gestrichelte Linie dargestellt wird.

frequente Schwingungen in der Wechselwirkungsrate für die Sättigung der Ratenbreite verantwortlich sind.

4.4 Abhängigkeiten der Ratenbreite von der Wechselwirkungsrate

In Kapitel 4.3.1 wurde gezeigt, daß die relativen Ratenbreite $\sigma_{F1,rel}$ mit $1/\sqrt{E_c}$ skaliert, wenn die Fluktuationen der Rate allein durch Poissonstatistik gegeben sind. Mit $E_c \propto \tau_s$ wurde daraus das Skalierungsverhalten in Abhängigkeit der Sampling-Zeit abgeleitet:

$$\sigma_{F1,rel}(\tau_s) \propto \frac{1}{\sqrt{\tau_s}}. \tag{4.54}$$

Diese Zusammenhänge wurden bei einer konstanten mittleren Wechselwirkungsrate R_{WW} betrachtet.

Ist hingegen die Sampling-Zeit konstant, so hängt die relative Ratenbreite wegen

$$E_c = a\tau_s\overline{R_{WW}} \tag{4.55}$$

bei konstanter Hodoskop-Akzeptanz a linear von der mittleren Wechselwirkungsrate ab; damit sollte – geht man von einer poissonverteilten Zählrate aus – die relative Ratenbreite $\sigma_{F1,rel}$ in Abhängigkeit der Wechselwirkungsrate mit der inversen Wurzelfunktion skalieren:

$$\sigma_{F1,rel}(\overline{R_{WW}}) \propto \frac{1}{\sqrt{\overline{R_{WW}}}}. \tag{4.56}$$

Im letzten Abschnitt wurde allerdings gezeigt, daß nicht nur Poissonfluktuationen, sondern auch periodische Schwingungen der Rate und hochfrequente Ratenfluktuationen signifikante Beiträge zur Ratenbreite leisten. Aus diesem Grunde kann man annehmen, daß auch die Abhängigkeit der Ratenbreite von der Wechselwirkungsrate nicht das einfache Poisson-Verhalten zeigen wird.
Für das Studium der Ratenabhängigkeit wird der Meßrun 136b (1999) benutzt, in welchem jeder der acht Drähte nacheinander bei unterschiedlichen Wechselwirkungsraten betrieben wurde; zusätzlich fand noch eine Messung statt, bei der alle vier Drähte der ersten Station an den Strahl gefahren wurden (Multiwire). Jeder Draht wurde jeweils für einige Minuten bei 3, 5, 10, 15, 20, 30 und 40 MHz betrieben; dabei wurden Zeitserien mit der Sampling-Zeit $\tau_s = 1\,\mathrm{ms}$ und $N = 1000$ Samples aufgezeichnet.
Abbildung 4.10 zeigt exemplarisch das Verhalten der Ratenbreite in Abhängigkeit der Wechselwirkungsrate für den Draht Innen2. Deutlich erkennt man ein von der Poissonvorhersage abweichendes Sättigungsverhalten bei hohen Raten. Dieses kann durch den Ansatz (4.50) beschrieben werden, wie im folgenden gezeigt wird.
Die Ratenabhängigkeit der relativen Ratenbreite

$$\sigma^{SR}_{F1,rel} = \frac{\sqrt{\sigma_S^2 + \sigma_R^2 + \sigma_c^2}}{\overline{E_c}(T)} \tag{4.57}$$

beruht auf der Proportionalität des Erwartungswertes $E_{c,0}$ zur mittleren Wechselwirkungsrate $\overline{R_{WW}}$ (siehe Gleichung (4.38)). Setzt man (4.45) und (4.46) in (4.57) ein und benutzt (4.41), so erhält man

$$\sigma^{SR}_{F1,rel} = \frac{1}{K_1}\sqrt{\epsilon^2 K_2 + \frac{K_1}{E_{c,0}} + \frac{\sigma_R^2}{E_{c,0}^2}}, \tag{4.58}$$

mit

$$\begin{aligned} K_1 &= 1 + \frac{\epsilon}{\omega T}(1-\cos\omega T), \\ K_2 &= \frac{1}{2} - \frac{1}{4\omega T}\sin 2\omega T - \frac{1}{(\omega T)^2}(1-\cos\omega T)^2. \end{aligned}$$

Der erste Ausdruck in (4.58) verursacht das Sättigungsverhalten der relativen Ratenbreite bei großen $E_{c,0}$, das heißt bei großen Wechselwirkungsraten. Die beiden letzten Terme verschwinden für große $E_{c,0}$; in diesem Fall kann die Sättigung der Ratenbreite

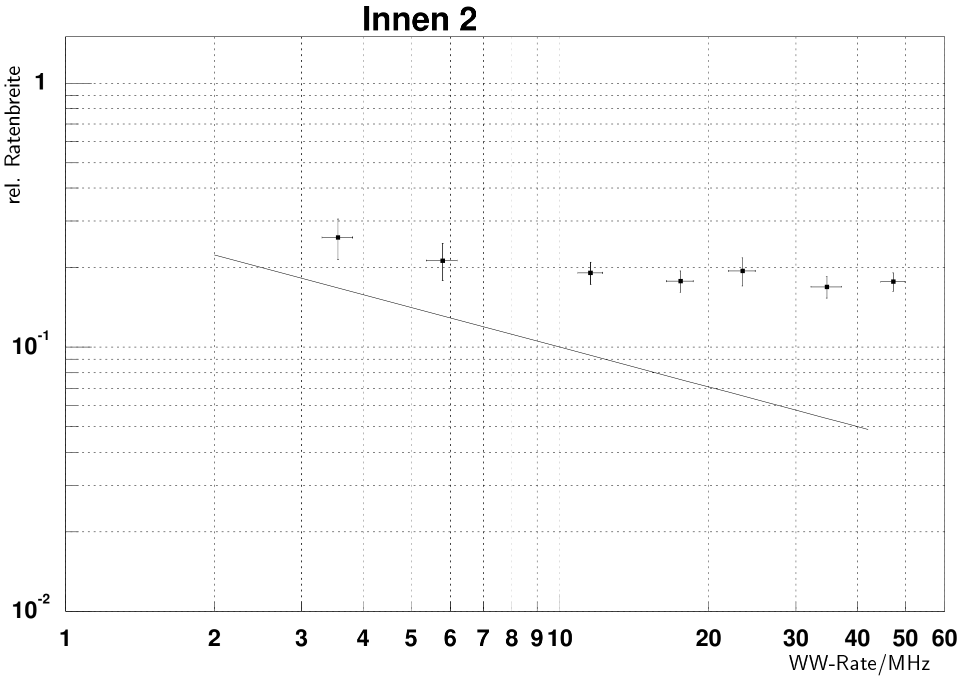


Abbildung 4.10: Die Abhängigkeit der relativen Ratenbreite von der Wechselwirkungsrate am Beispiel des Innen2-Targets. Die Sampling-Zeit beträgt $\tau_s = 1\,\mathrm{ms}$; jeder Meßpunkt stellt den Mittelwert aus 100 Meßpunkten dar, die Fehlerbalken sind ein Maß für die Streuung der Meßpunkte. Die Ratenbreite zeigt ein deutliches Sättigungsverhalten bei hohen Wechselwirkungsraten.

abgeschätzt werden zu

$$\sigma^{SR}_{F1,rel,sätt} = \frac{\epsilon}{1 + \frac{\epsilon}{\omega T}\,(1 - \cos\omega T)} \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{4\omega T}\sin 2\omega T - \frac{1}{(\omega T)^2}(1 - \cos\omega T)^2}. \qquad (4.59)$$

Abbildung 4.11 zeigt die Anpassung von (4.57) an die Daten des Innen2-Targets. Die Kurve gibt die Datenpunkte in guter Näherung wieder; die angepaßten Parameter – sie sind in Tabelle 4.2 zusammengefaßt – weisen allerdings große Fehler auf, so daß von einer abgesicherten Vorhersage nicht gesprochen werden kann. Setzt man die gefundenen Parameter in Gleichung (4.59) ein, so ergibt sich bei großen Raten eine Sättigungsbreite von

$$\sigma^{SR}_{F1,rel,sätt} \approx 0.17, \qquad (4.60)$$

in guter Übereinstimmung mit Abbildung 4.11.

Wie schon in Abschnitt 4.3.2 erläutert, ist das monofrequente Modell der Ratenfluktuationen nur in erster Näherung eine vernünftige Approximation der Realität; in der Praxis erwartet man, daß nicht nur eine, sondern mehrere dominierende Schwingungen die Wechselwirkungsrate beeinflussen und somit zur Vergrößerung der Ratenbreite beitragen.

$f = {}^{\omega}\!/_{2\pi}$	0.41 ± 0.86 Hz
ϵ	1.12 ± 0.75
σ_R	9.47 ± 4.32

Tabelle 4.2: Resultate der Anpassung der Funktion $\sigma^{SR}_{F1,rel}$ an die Daten

4.5 Drahtmaterial und Drahtorientierung

Um die Abhängigkeit der Ratenbreite von Drahtorientierung und -material (siehe Seite 21, Tabelle 1.1) zu untersuchen, wird wiederum der Meßrun 136b (1999) herangezogen. Für jede der acht Einzeldrahtmessungen – wie für die Vier-Draht-Messung und die *mc*Hit-Simulation – und jede Wechselwirkungsrate werden aus je 100 Zeitserien der Mittelwert der Wechselwirkungsrate und das Mittel der relativen Ratenbreite gebildet. Die Ergebnisse sind in doppelt-logarithmischer Darstellung in den Abbildungen 4.12 und 4.13 gezeigt; die Fehlerbalken an den Datenpunkten geben wiederum die Streuung der Meßdaten an, die für die Mittelwertbildung benutzt wurden. Zunächst fällt auf, daß fast alle Drähte das im letzten Abschnitt diskutierte Sättigungsverhalten der Ratenbreite bei hohen Wechselwirkungsraten zeigen; ein deutlich anderes Verhalten weist lediglich der Unten2-Draht auf; die relative Ratenbreite dieses Drahtes liegt bei allen Messungen über 100 %, das heißt, der Draht erzeugt äußerst instabile Raten, wenn er an den Protonen-Strahl gefahren wird. Dieses Verhalten ist durch das verwendete Drahtmaterial (siehe Tabelle 1.1) zu erklären: Wolfram besitzt ein im Vergleich zu den

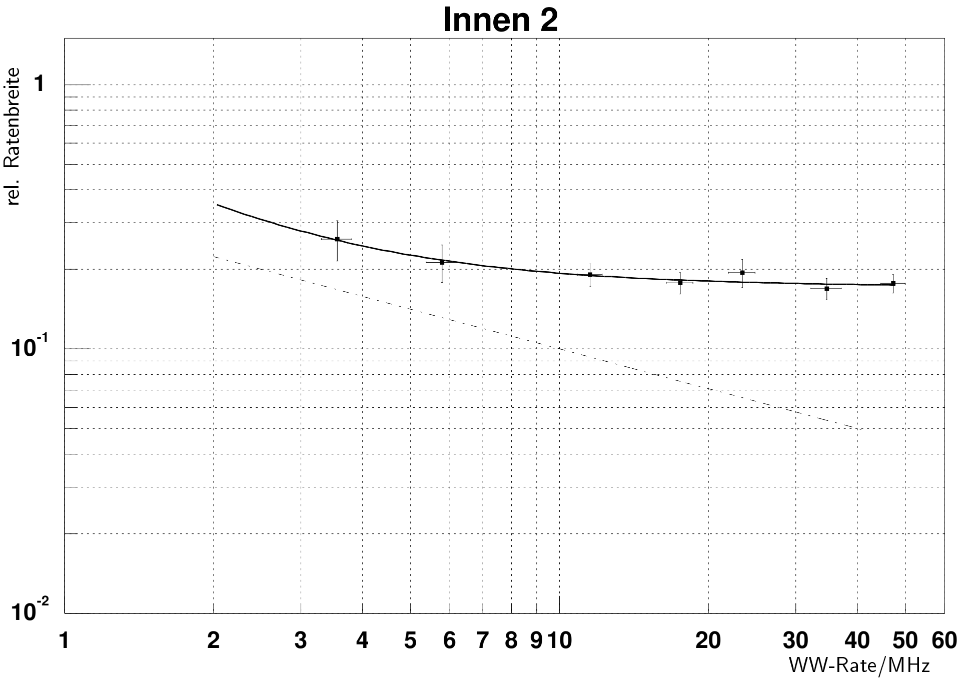


Abbildung 4.11: Anpassung des Ratenbreiten-Modelles an Daten, die mit dem Innen2-Target genommen wurden. Die Kurve beschreibt die Datenpunkte in guter Näherung.

anderen Materialien kleines Verhältnis von Strahlungslänge zu Wechselwirkungslänge; dies hat zur Folge, daß die Protonen wesentlich häufiger durch Vielfachstreuung als durch hadronische Prozesse mit dem Drahtmaterial wechselwirken. Das Resultat ist eine schlechte Targeteffizienz, als Folge muß der Draht weiter in den Strahl hineinbewegt werden. Gleichzeitig ist aber die Wechselwirkungslänge des Materials vergleichsweise gering, das heißt, ein Proton benötigt bei Wolfram im Vergleich zu anderen Drahtmaterialien weniger Strahlumläufe, bevor es inelastisch wechselwirkt. Aus diesen Gründen reagiert der Unten2-Draht sehr sensitiv auf Änderungen der transversalen Protonendichteverteilung; dadurch haben kleine Fluktuationen in der Dichteverteilung starke Ratenänderungen zur Folge. Für ein detailliertes Verständnis diese Verhaltens bedarf es allerdings noch umfangreicher Studien.

Der Vergleich der restlichen Drähte zeigt weniger eine Abhängigkeit vom Drahtmaterial als von der Orientierung der Targets: So fällt auf, daß die inneren und äußeren Drähte im Mittel eine wesentlich geringere Ratenfluktuation erzeugen als die Targets, die von oben und unten an den Strahl gebracht werden. Diese Eigenschaft kann durch Bodenvibrationen erklärt werden: Sie führen zu Fluktuationen des Protonenstrahles (siehe auch Kapitel 4.6), die sich in erster Linie auf die vertikale Strahllage auswirken sollten. Die sich dadurch ausbildende Fluktuation der Protonendichteverteilung am Ort des Targets führt zu Instabilitäten in der Wechselwirkungsrate.

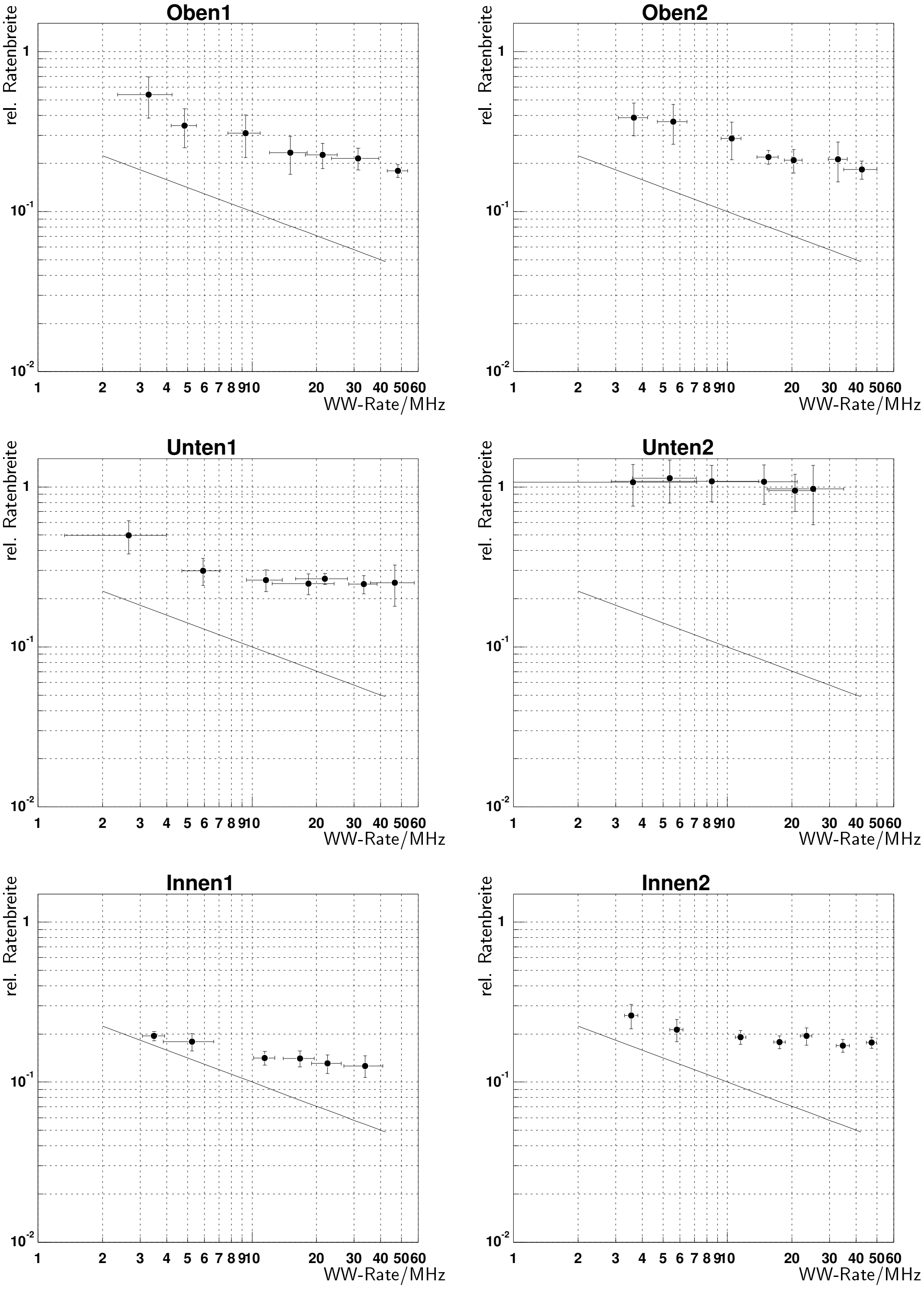


Abbildung 4.12: Das Skalierungsverhalten der relativen Ratenbreite in Abhängigkeit der Wechselwirkungsrate und der verwendeten Drähte. Die Fehlerbalken an den Datenpunkten zeigen die Streuung der zur Mittelwertbildung verwendeten Meßdaten; die durchgezogene Kurve beschreibt das theoretisch aufgrund von Poisson-Statistik erwartete Skalierungsverhalten.

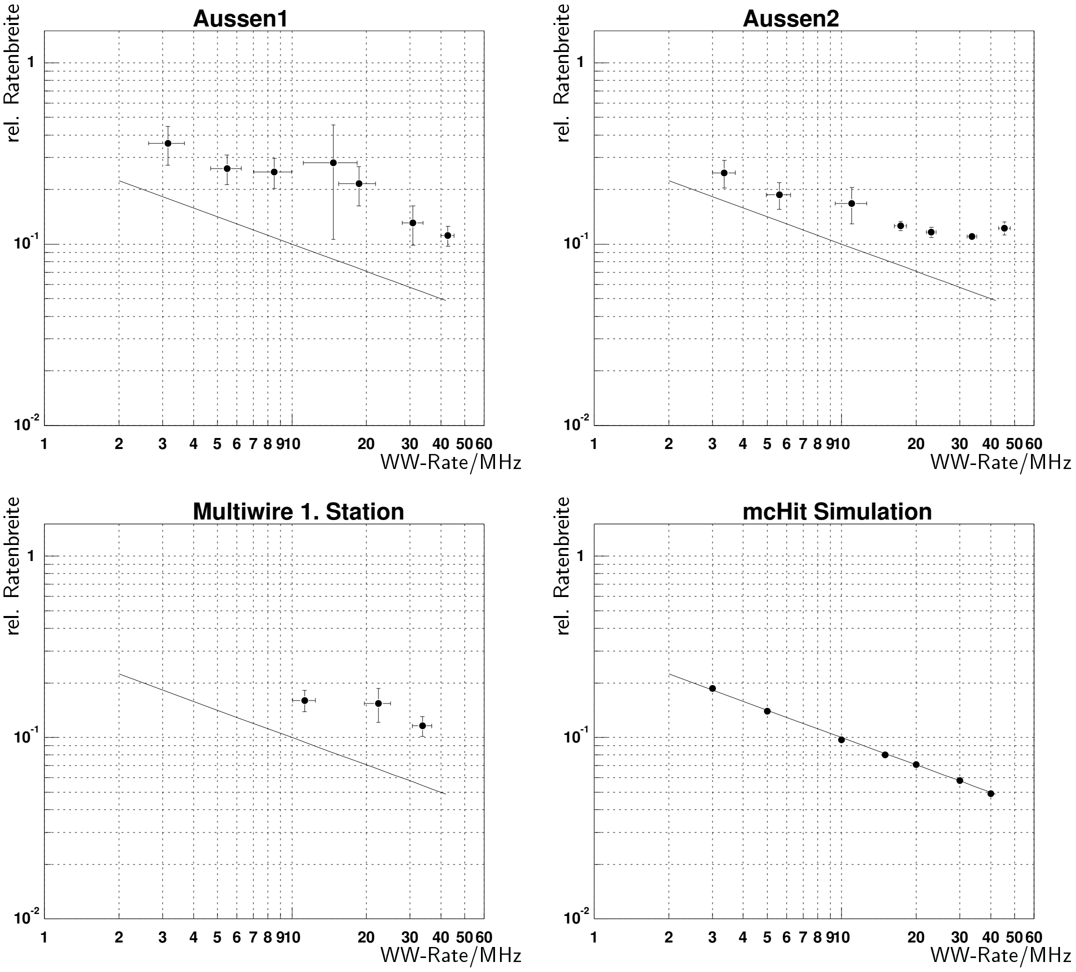


Abbildung 4.13: Fortsetzung von Abbildung 4.12. Oben die Messungen für die Drähte Außen1 und Außen2. Die untere Abbildung zeigt das Ergebnis der 4-Draht-Messung sowie die Vorhersage einer *mc*Hit-Simulation, die ausschließlich auf poissonverteilten Ratenfluktuationen beruht.

Dieses Verhalten wird auch anhand der zugehörigen Frequenzspektren der verschiedenen Drähte deutlich. Sie sind für den Spektralbereich bis 250 Hz in den Abbildungen 4.14 und 4.15 dargestellt. Sie setzen sich zusammen aus je 10 Einzelspektren, welche für jeden Draht bei einer Wechselwirkungsrate von 10 MHz aufgezeichnet wurden. Die Einzelspektren wurden gemittelt, um statistische Fluktuationen des spektralen Untergrundes zu unterdrücken. Alle Spektren wurden zur besseren Vergleichbarkeit so normiert, daß ihr Flächeninhalt – also die Leistung des Systems in dem dargestellten Spektralbereich – gleich eins ist.

Vergleicht man die Spektren im Hinblick auf die unterschiedlichen Drahtorientierungen, so fällt auf, daß alle horizontal orientierten Drähte einen hohen Leistungsanteil bei kleinen Frequenzen zeigen. Bei dem Unten2-Target ist dies besonders ausgeprägt. Die vertikal orientierten Drähte zeigen dagegen im Mittel untergrundarme Spektren, welche deutliche Linien bei 50 Hz und den Harmonischen dieser Frequenz zeigen. Die 50 Hz-Linien werden verursacht durch die überall vorhandenen Wechselspannungs-Schwingungen des öffentlichen Stromnetzes; für die 100 Hz-Linien sind vermutlich die Stromversorgungen der HERA-Dipolmagnete verantwortlich.

Allgemein fällt auf, daß der größte Leistungsanteil der Spektren im niederfrequenten Bereich zu finden ist. Trägt man für jeden Draht die gemessene Ratenbreite bei $R_{WW} = 10\,\mathrm{MHz}$ gegen den Leistungsanteil des Spektrums abzüglich der Gleichstromkomponente auf, so ergibt sich ein interessanter Zusammenhang, welcher in Abbildung 4.16 dargestellt ist: Das Quadrat der relativen Ratenbreite skaliert mit dem schwingungsinduzierten Leistungsanteil des Spektrums:

$$\sigma^{SR}_{F1,rel} \propto \sqrt{\sum_{i=1}^{n} P(f_i)}\ . \tag{4.61}$$

Dabei wird über alle diskreten Frequenzen summiert; $P(f_i)$ gibt den Leistungsanteil im Frequenzbereich $[f_i; f_i + \Delta f]$ wieder.

Hier erfährt das in Abschnitt 4.3 diskutierte Modell, daß die Ratenbreite stark von niederfrequenten Ratenschwingungen beeinflußt ist, eine weitere Bestätigung seiner Richtigkeit.

Die Skalierung der Ratenbreite mit der Wurzel der spektralen Leistung läßt sich wie folgt begründen: Nach dem Parseval'schen Theorem (4.25) gilt für den Leistungsanteil im Frequenzband $[f; f + df]$

$$P(f) = 2|H(f)|^2\ df. \tag{4.62}$$

Für diskrete Frequenzen f_i gilt entsprechend

$$P(f_i) = 2|H(f_i)|^2\ \Delta f,\ \text{mit}\ \Delta f \equiv \frac{1}{\tau_s}. \tag{4.63}$$

$H(f_m)$ ist die in (4.2.1) eingeführte Spektralkomponente der Fouriertransformation. Ihr Betrag $|H(f_m)|$ ist ein direktes Maß für die relative Stärke der Schwingung f_m an der Gesamtamplitude $h(t)$. Er ist aus diesem Grunde direkt proportional der Größe

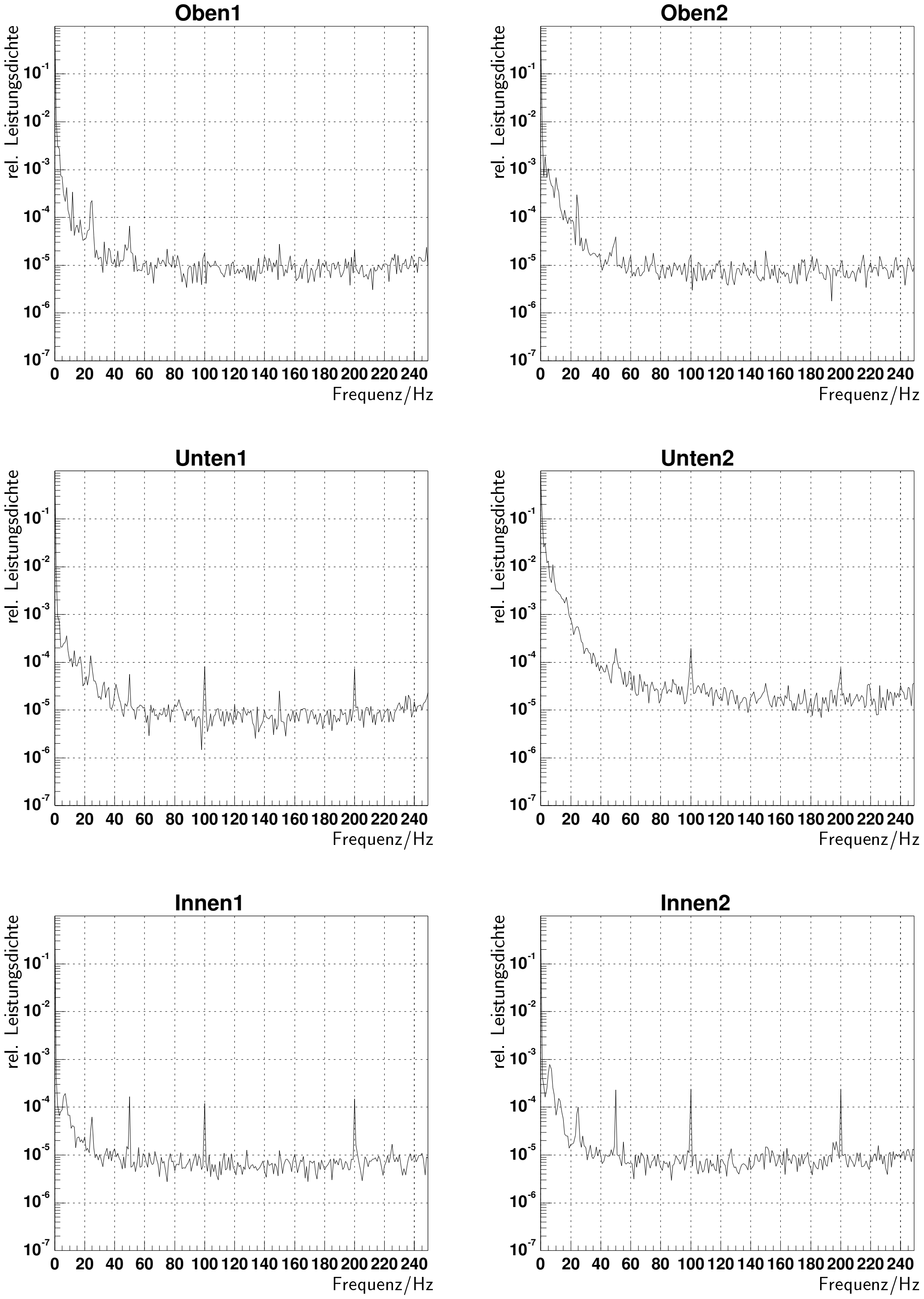


Abbildung 4.14: Frequenzspektren der im Meßrun 136b (1999) verwendeten Drähte; alle Spektren wurden bei einer Wechselwirkungsrate von 10 MHz aufgezeichnet. Um eine bessere Vergleichbarkeit zu gewährleisten, wurden sie alle auf ihre Fläche normiert.

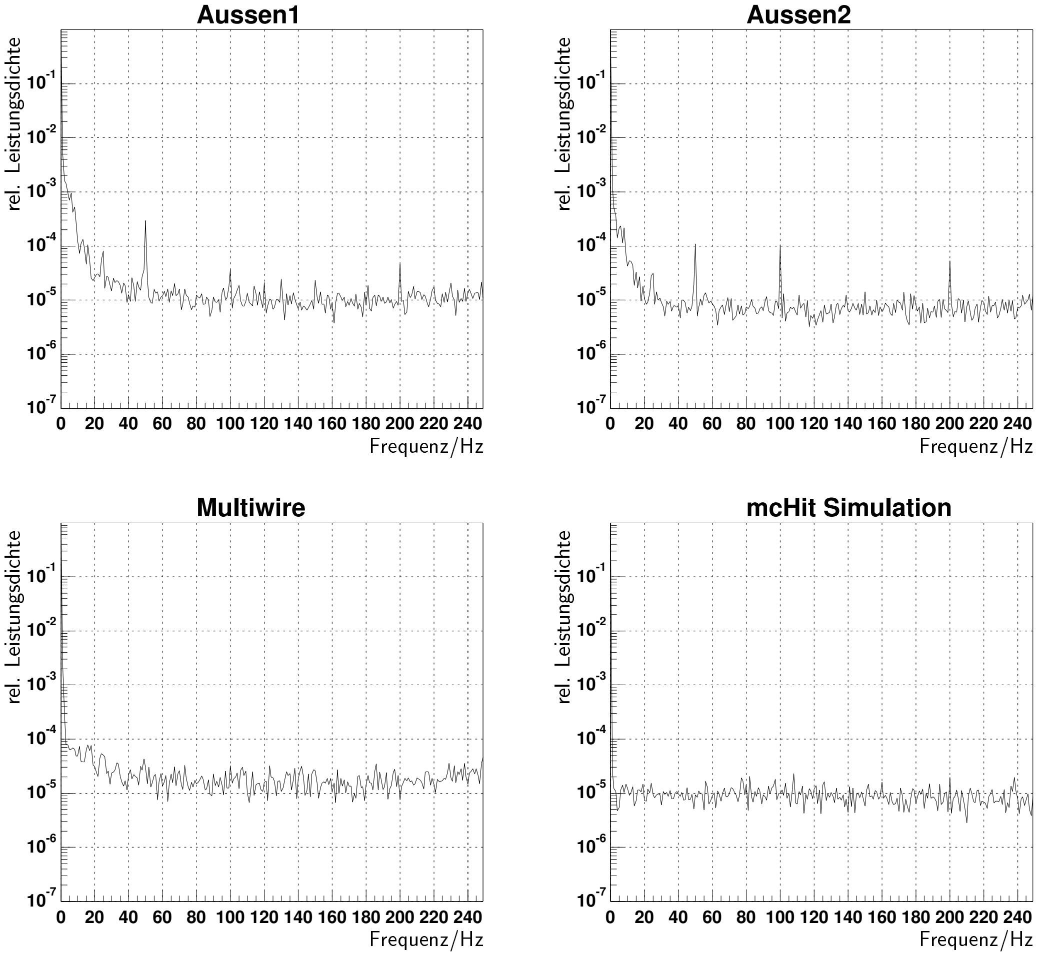


Abbildung 4.15: Frequenzspektren der in Run 136b (1999) verwendeten Drähte; Fortsetzung von Abbildung 4.14. Oben sind die Spektren für die äußeren Drähte dargestellt. Links unten die 4-Draht-Messung mit der ersten Target-Station, rechts das Spektrum einer *mc*Hit-Simulation, welche allein auf Poisson-Statistik beruht.

ϵ_m (siehe (4.49)), die im Rahmen des in Kapitel 4.3 eingeführten Modelles die relative Stärke einer Schwingung mit der Frequenz f_m an der Fluktuation des Erwartungswertes $\lambda(t)$ der Zahl der Wechselwirkungen pro Bunchcrossing angibt. Nach (4.45) und (4.50) ist ϵ_m aber proportional zur relativen Ratenbreite $\sigma^{SR}_{F1,rel}$; insgesamt folgt daraus

$$\sigma^{SR}_{F1,rel} \propto \epsilon_m \propto |H(f_m)| \propto \sqrt{P(f_m)}. \tag{4.64}$$

Dieser Zusammenhang ist natürlich auch für eine beliebige Linearkombination von Frequenzen möglich; in der Summe ergibt sich daraus der in Abbildung 4.16 dargestellte Zusammenhang.

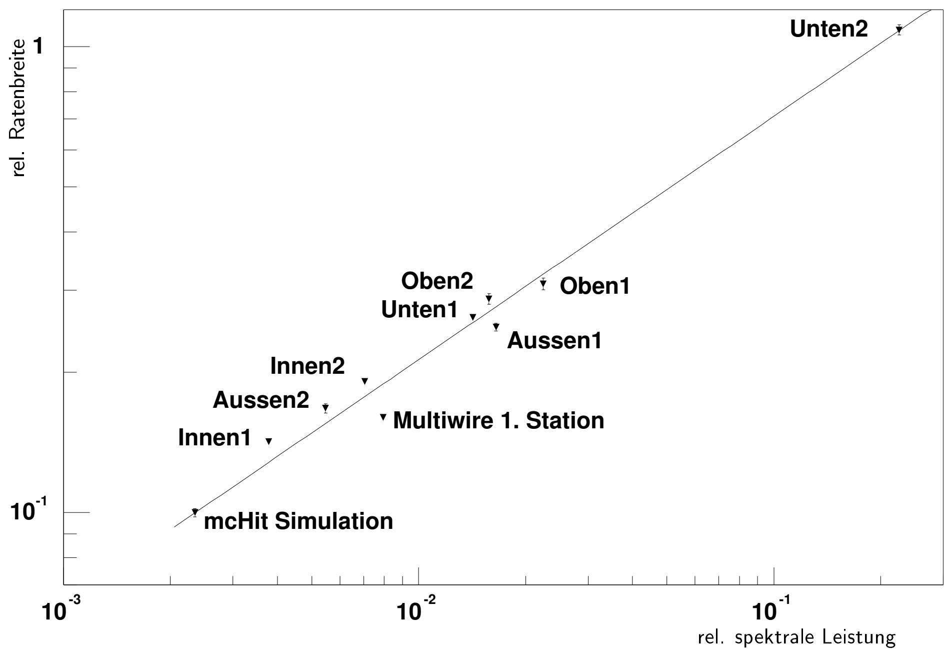


Abbildung 4.16: Das Skalierungsverhalten der relativen Ratenbreite in Abhängigkeit der spektralen Leistung des zugehörigen Frequenzspektrums. Dargestellt sind Meßdaten aus dem Run 136b (1999): Für jeden Draht wurden je 10 Einzelspektren gemittelt, welche bei einer Wechselwirkungsrate von 10 MHz aufgezeichnet wurden; die entsprechenden mittleren Ratenbreiten setzen sich aus je 100 Einzelbreitenmessungen zusammen. Neben dem Skalierungsverhalten (4.61) bestätigt die Abbildung den Eindruck, daß die Ratenbreiten der vertikal orientierten Drähte im Mittel kleiner sind als die der horizontal orientierten Targets.

4.6 Bodenvibrationen

Ein weiterer Effekt, der die Stabilität der HERA-B-Wechselwirkungsrate beeinflußt, sind Bodenvibrationen. Da der Vertextank, in den die Targets eingebaut sind, über Betonstützen mit dem Boden der West-Halle verbunden ist, reagiert das Target sehr sensitiv auf Erschütterungen des Hallenbodens. Als Beispiel in Abbildung 4.17 die Wechselwirkungsrate am 19. April 1999 in der Zeit von 7.30 Uhr bis 9.00 Uhr dargestellt; die Daten wurden mit dem Innen2-Target genommen. Man erkennt, daß gegen 8.02 Uhr die bis dahin sehr stabile Rate starke Fluktuationen entwickelt, die erst gegen 8.46 Uhr enden. Sie werden auf Bautätigkeiten im Hamburger Volksparkstadion zurückgeführt, der sich über Teilen von HERA befindet.

Zur genaueren Untersuchung von Bodenerschütterungen existiert ein Vibrationsaufnehmer[33] in der HERA-Ost-Halle, welche der West-Halle diametral im HERA-Speicherring gegenüberliegt (siehe Abbildung 1.3). Über Piezosensoren, welche direkt mit Hallenboden verbunden sind, werden Bodenbewegungen mit einer Frequenz von $f_{vib} = 50\,\mathrm{Hz}$ abgetastet. Wenn die Fluktuationen in der Wechselwirkungsrate tatsächlich durch Bodenvibrationen verursacht werden, so sollten die Frequenzspektren, die aus den Zeitserien der F1-Rate und den Daten des Vibrationsaufnehmers gewonnen werden können, Übereinstimmungen aufweisen. Leider liegt von diesem Meßzeitraum nur eine begrenzte Menge an Daten des Vibrationsaufnehmers vor, so daß sich die Untersuchung auf einen einzelnen Zeitpunkt beschränken muß.

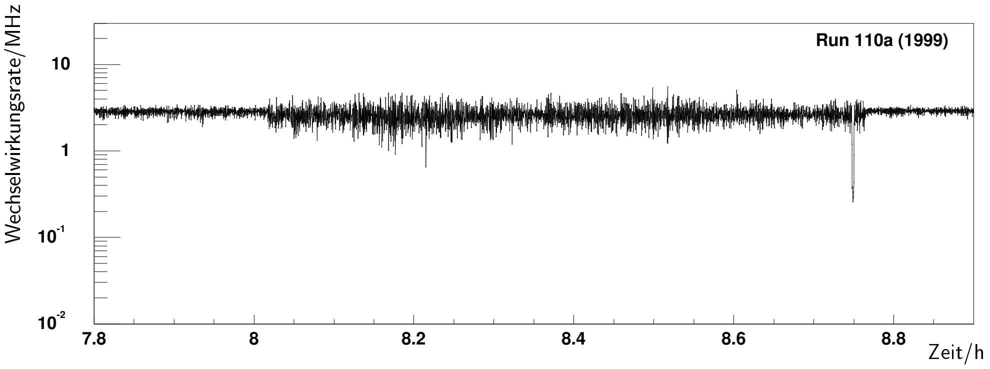


Abbildung 4.17: Die Wechselwirkungsrate am 19. April 1999 in der Zeit von 7.48 Uhr bis 8.54 Uhr. Die starken Fluktuationen zwischen 8.02 Uhr und 8.46 Uhr werden auf Arbeiten im Volksparkstadion zurückgeführt.

Abbildung 4.18 zeigt die Spektren der beiden Systeme um 8.30 Uhr im Bereich von 0-6.25 Hz. Wie man erkennen kann, stimmen tatsächlich eine große Anzahl von Spektrallinien in ihrer Lage überein; die unterschiedliche Form der Spektren läßt sich zum einen erklären zum einen durch die unterschiedlichen Datennahmemethoden: Der Vibrationsaufnehmer ist direkt mit dem Hallenboden verbunden und bestimmt unmittelbar die Amplituden der Bodenauslenkung. Das HERA-B-Target am Protonenstrahl

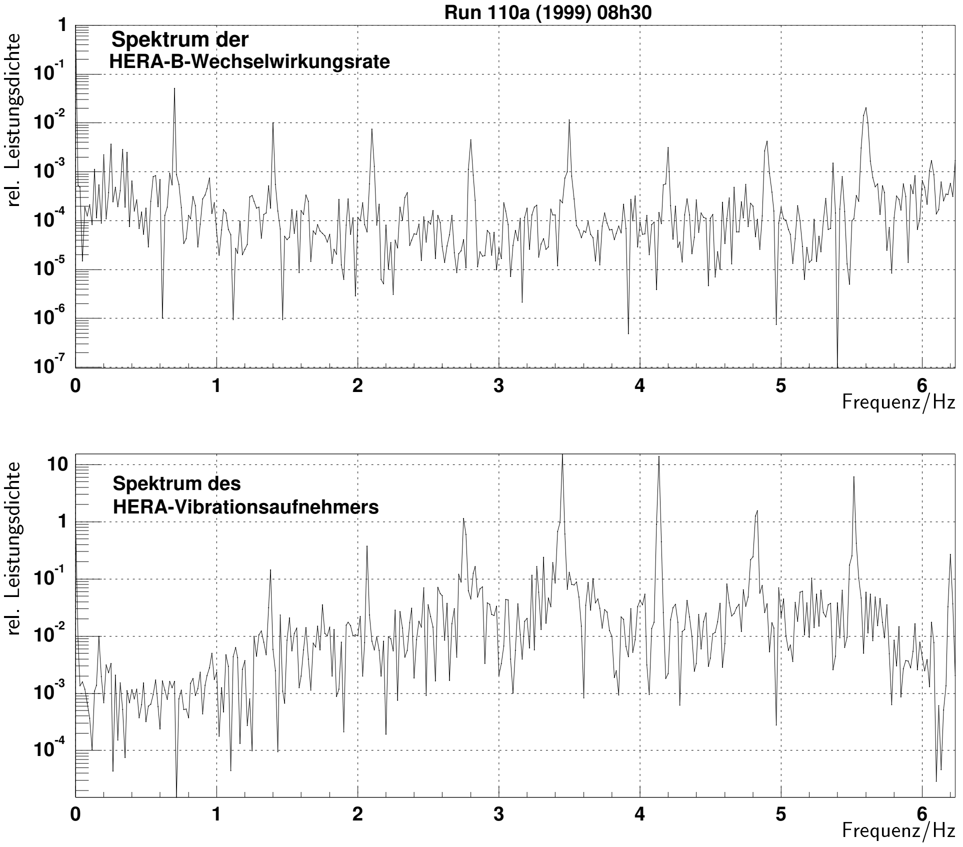


Abbildung 4.18: Die Spektren der HERA-B-Wechselwirkungsrate und des Vibrationsaufnehmers um 8.30 Uhr. Wenn auch ihre Form nicht übereinstimmt, so gibt es doch zahlreiche Frequenzbeiträge, die in beiden Spektren auftauchen.

ist ein hochgradig kompliziertes System mit unzähligen Freiheitsgraden; zudem werden die Bodenvibrationen über die Fluktuation der Wechselwirkungsrate gemessen. Das Innen2-Target ist dabei auf horizontale Strahllagefluktuationen sensitiv, Bodenvibrationen werden aber in erster Linie die vertikale Strahllage beeinflussen, das heißt, die Koppelung zwischen beiden Richtungen muß berücksichtigt werden. Eine zweite Erklärung für die verschiedene Form der Spektren ist die große Distanz von 1000 m, die zwischen den beiden Meßsystemen liegt; es ist anzunehmen, daß die Ausbreitung der unterirdischen Schallwelle durch verschiedene Gesteinsschichten frequenzabhängigen Dämpfungen unterliegt. Bei genauerer Betrachtung von Abbildung 4.18 zeigt sich, daß die Frequenzlinien des Target-Systems gegenüber denen des Vibrationsaufnehmers um einen kleinen Betrag zu größeren Frequenzen hin verschoben sind. Außerdem sieht man, daß die verschiedenen Linien um einen konstanten Betrag auseinanderliegen. Das Auftreten von Aliasing (siehe Abschnitt 4.2.2) kann als Quelle ausgeschlossen werden; ob es sich bei den höheren Frequenzen um Oberwellen einer Grundschwingung handelt, konnte nicht abschließend geklärt werden.

4.7 Zusammenfassung

In diesem Kapitel ist gezeigt worden, daß niederfrequente Ratenfluktuationen ein Sättigungsverhalten der Ratenbreite bei hohen Sampling-Zeiten und Wechselwirkungsraten hervorrufen. Es wurde ein einfaches Modell entwickelt, mit dessen Hilfe sich dieses Phänomen in guter Näherung beschreiben läßt. Weiterhin wurde der Einfluß des Drahtmaterials sowie der Drahtorientierung anhand einer einzelnen Messung beispielhaft untersucht. Im Ergebnis weist der Unten2-Draht aufgrund seiner großen Vielfachstreuung ein äußerst instabiles Verhalten auf; desweiteren wurde nachgewiesen, daß die Ratenbreiten der vertikal orientierten Drähte wesentlich kleiner sind als die der horizontal ausgerichteten Targets.
Anhand einer einzelnen Messung wurde ferner gezeigt, daß Bodenvibrationen einen signifikanten Einfluß auf die Ratenstabilität haben.

Der Anteil hochfrequenter Fluktuationen an der Ratenbreite ist in dem oben eingeführten Modell als Rauschen parametrisiert worden; wenn es auch zahlreiche Quellen gibt, welche stochastisches Rauschen produzieren, so stellt sich dennoch die Frage, ob nicht den scheinbar zufällig fluktuierenden Ratenbeiträgen eine Quelle zugrunde liegt, welche nichtlineares deterministisches Verhalten zeigt.

Kapitel 5

Analyse nichtlinearer Effekte

In Kapitel 4 wurden bereits wichtige physikalische Phänomene diskutiert, welche sich als ursächlich für verstärkte Ratenfluktuationen herausstellten. Das daraus entwickelte Modell für die Abschätzung der relativen Ratenbreite approximiert das globale Skalierungsverhalten der Meßwerte recht gut; dennoch liefert es kein fundamentales Verständnis über die Quellen und den Entstehungsprozeß von Rauschbeiträgen, da diese lediglich durch einen konstanten Term parametrisiert wurden.
Es liegt nahe zu untersuchen, inwiefern die nichtlineare Maschinenphysik einen Beitrag zu erhöhten Ratenfluktuationen liefert; die komplexe Strahldynamik zeigt zahlreiche Übergänge zu chaotischem Verhalten, wie zum Beispiel in [34] und [35] erläutert ist.
Nichtlineare Effekte beeinflussen insbesondere den Randbereich des Protonen-Strahles, da er die Grenzen der linearen Strahloptik darstellt; man kann deshalb erwarten, durch die Analyse von Ratenfluktuationen unter nichtlinearen Gesichtspunkten Hinweise auf das chaotische Verhalten der Strahldynamik zu finden.
Da solche Untersuchungen skalare Meßdaten erfordern, die in Form einer zeitlich äquidistanten Zeitserie zur Verfügung stehen, bietet sich gerade das in dieser Arbeit verwendete Meßsystem für die Analyse chaotischen Verhaltens an.
Zu Beginn dieses Kapitels wird kurz die Struktur von Chaos und die Quantifizierung chaotischen Verhaltens thematisiert; es schließt sich eine Beschreibung grundlegender Verfahren zur nichtlinearen Analyse von Zeitserien an, welcher die Analyse von Meßdaten folgt, die mit einem wohlverstandenen chaotischen System verglichen werden.

5.1 Einführung in chaotische Systeme

Zwar beschäftigte sich Poincaré schon Ende des 19. Jahrhunderts mit chaotischen Phänomenen beim Dreikörperproblem, Arbeiten an einer mathematisch fundierten Theorie des Chaos begannen aber erst in den sechziger Jahren des 20. Jahrhunderts. Bis in diese Zeit hinein galten alle deterministisch bestimmten Systeme als stabil; Beobachtungen, welche Abweichungen von deterministischen Verhalten zeigten, wurden als Verschmierung der Messung durch stochastisches Rauschen erklärt.
Stabile Systeme sind dadurch gekennzeichnet, daß ihre Phasenraumtrajektorien entwe-

der eine geschlossene Bahn – in mehr als zwei Dimensionen auch einen Torus – ausbilden, das heißt, das System führt zyklisch dieselbe Bewegung aus, ohne dabei Energie zu verlieren, oder aber einem Fixpunkt im Phasenraum zustreben; dabei verliert das System so lange Energie, bis es am Punkt geringster potentieller Energie zur Ruhe kommen. Im Gegensatz zu stabilen Systemen besitzt das stochastische Rauschen eine hochdimensionale Dynamik, welche im Phasenraum keinerlei erkennbaren Strukturen ausbildet.
Untersucht man Meßreihen, welche an chaotischen Systemen durchgeführt wurden, so zeigen sie auf den ersten Blick ein Verhalten, das dem stochastischer Systeme ähnlich ist; die zeitliche Entwicklung es Systems scheint völlig ungeordnet zu sein, das Frequenzspektrum der Zeitserien weist eine breitbandige Struktur auf.
Dennoch ist ein chaotisches System vollständig deterministisch bestimmt. Häufig liegt seine Zeitentwicklung in Form eines Systems nichtlinearer Differentialgleichungen

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{x}(t)) \tag{5.1}$$

vor, wobei $\mathbf{x}$ ein Vektor mit mindestens drei Freiheitsgraden ist. Da sich ein chaotisches System nicht stabil verhält, bildet es komplizierte Strukturen im Phasenraum aus, die sich nicht zyklisch wiederholen. Während das Verhalten eines stabilen Systems durch numerisches Lösen seines zugrundeliegenden Gleichungssystems beschrieben werden kann, scheitert dieser Versuch bei chaotischen Systemen; eine ihrer wesentlichen Eigenschaften ist, daß kleine Fehler, die bei der numerischen Iteration auftreten, exponentiell verstärkt werden. Dadurch ist das Verhalten des System auf längeren Zeitskalen nicht vorhersagbar, eine Eigenschaft, die häufig unter dem Stichwort der “Sensitivität auf Anfangsbedingungen” zusammengefaßt wird.

5.1.1 Sensitivität auf Anfangsbedingungen, Ljapunov-Exponent

Um die Empfindlichkeit eines chaotischen Systems auf kleine Änderungen seiner Anfangsbedingungen zu verdeutlichen, wird zunächst eine beliebige eindimensionale Abbildung

$$x_{n+1} = F(x_n) \tag{5.2}$$

unter dem Gesichtspunkt betrachtet, wie sich eine kleine Störung $\Delta_0 = \epsilon$ ihres Startwertes x_0 nach n Iterationen entwickelt hat. Für kleine Δ_k kann die Dynamik linearisiert werden:

$$x_{n+1} + \Delta_{n+1} = F(x_n + \Delta_n) \approx F(x_n) + \frac{dF(x_n)}{dx_n}\Delta_n. \tag{5.3}$$

Damit ergibt sich nach n Iterationen die relative Verstärkung der Störung zu

$$\frac{\Delta_n}{\Delta_0} = \frac{dF^n(x_0)}{dx_0}. \tag{5.4}$$

Schreibt man (5.4) als Produktdarstellung

$$\frac{\Delta_n}{\Delta_0} = \frac{\Delta_n}{\Delta_{n-1}} \cdot \frac{\Delta_{n-1}}{\Delta_{n-2}} \cdot \dots \cdot \frac{\Delta_1}{\Delta_0}, \tag{5.5}$$

so ergibt sich durch Bildung des Absolutbetrages und Logarithmieren

$$\frac{1}{n}\ln\left|\frac{\Delta_n}{\Delta_0}\right| = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\ln\left|\frac{\Delta_k}{\Delta_{k-1}}\right| = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\ln\left|\frac{dF(x_k)}{dx_k}\right|. \tag{5.6}$$

Für den Grenzfall $n \to \infty$ wird (5.6) der Ljapunov-Exponent λ des Systems genannt:

$$\lambda(x_0) = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\ln\left|\frac{dF(x_k)}{dx_k}\right|. \tag{5.7}$$

Seine Bedeutung wird verständlich, wenn man (5.6) mit Hilfe von (5.7) schreibt als

$$\Delta_n = \Delta_0 e^{n\lambda(x_o)}. \tag{5.8}$$

Der Ljapunov-Exponent spiegelt also das Verhalten eines Systems in Bezug auf eine Störung Δ_0 seines Startwertes wider; je nach Vorzeichen des Exponenten werden zwei in unmittelbarer Nachbarschaft gelegene Phasenraumpunkte unterschiedliches Entwicklungsverhalten zeigen:

- $\lambda(x_0) < 0$: Das System verhält sich stabil. Kleine Störungen des Systems haben keinen Einfluß auf sein Langzeitverhalten, da die unterschiedlichen Trajektorien aufgrund der exponentiellen Dämpfung der Störung nach kurzer Zeit wieder zusammenfinden.
- $\lambda(x_0) = 0$: Auch dieser Systemzustand ist stabil, allerdings ist das System nicht gedämpft, das heißt, der Abstand der Trajektorien bleibt konstant, sie führen eine Parallelbewegung im Phasenraum aus.
- $\lambda(x_0) > 0$: Die Trajektorien laufen exponentiell auseinander; selbst infinitesimale Änderungen der Anfangsbedingungen wirken sich so stark aus, daß das gestörte System eine völlig andere Zeitentwicklung aufweist als das ungestörte. Ein solches System wird als chaotisch bezeichnet.

Diese Überlegungen lassen sich relativ einfach auf ein System mit mehreren Freiheitsgraden erweitern [41]; für einen d-dimensionalen Phasenraum erhält man ein Spektrum aus d Ljapunov-Exponenten. Damit ein solches System chaotisches Verhalten zeigt, reicht es aus, daß einer der Exponenten positiv ist; er sorgt für eine gleichmäßige Durchmischung der Trajektorien im Phasenraum. Für dissipative – also eigentlich alle physikalischen – Systeme gilt die Randbedingung, daß die Summe aller Ljapunov-Exponenten negativ sein muß; auf diese Weise laufen auf lange Sicht alle Trajektorien zusammen, wodurch der Phasenraum beschränkt bleibt.

Formal geht die Ableitung der Funktion $F(x_k)$ in (5.7) bei Berücksichtigung mehrerer Freiheitsgrade in die Jacobi-Matrix $\mathbf{DF}(\mathbf{x}_k)$ über; für den größten Ljapunov-Exponenten λ_1 des Spektrums ergibt sich damit [36]

$$\begin{aligned}\lambda_1(\mathbf{x}_0) &= \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\ln||\mathbf{DF}(\mathbf{x}_k)\mathbf{DF}(\mathbf{x}_{k-1})\ldots\mathbf{DF}(\mathbf{x}_0)|| \\ &= \lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\ln||\mathbf{DF}^n(\mathbf{x}_0)||. \end{aligned}\tag{5.9}$$

Die Beschränkung auf ein festes Volumen bei gleichzeitiger Durchmischung der Phasenraumtrajektorien hat zur Folge, daß sich im Phasenraum komplizierte Strukturen ausbilden, die sich von stabilen Bahnen und Fixpunkten deutlich unterscheiden; sie werden seltsame Attraktoren genannt.
Eines der Systeme, die unter bestimmten Randbedingungen einen solchen Attraktor ausbilden, wird im folgenden Abschnitt behandelt.

5.1.2 Das Lorenz-System

Unter den Differentialgleichungssystemen, die bei einem bestimmten Satz von Parametern chaotisches Verhalten zeigen, ist das Lorenz-System eines der bekanntesten. 1963 von E.N. Lorenz ursprünglich als einfaches Modell von Konvektionsströmen in der Atmosphäre eingeführt [37], wird es heute in vielen Lehrbüchern als das Standard-System für chaotisches Verhalten herangezogen. Im Rahmen dieser Arbeit wird es dazu benutzt, die Ergebnisse der verschiedenen Analysen der Meßdaten mit einem wohlverstandenen System zu vergleichen.
Das Lorenz-System spannt einen 6-dimensionalen Phasenraum in den Koordinaten x, y, z, $\dot{x} = {}^{dx}\!/_{dt}$, $\dot{y} = {}^{dy}\!/_{dt}$ und $\dot{z} = {}^{dz}\!/_{dt}$ auf:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sigma\ (y - x) \\ \dot{y} &= rx - y - xz \\ \dot{z} &= xy - bz. \end{aligned} \tag{5.10}$$

Die Parameter σ, r und b beeinflussen das Verhalten des Systems; die Rayleigh-Zahl r bestimmt, ob sich das System chaotisch verhält ($r > 24.74$) oder in einem Fixpunkt zur Ruhe kommt ($r < 24.74$). In den Abbildungen 5.1 und 5.2 sind Beispiele dieses unterschiedlichen Verhaltens gezeigt. Im Rahmen dieser Arbeit wird nur das chaotische Verhalten des Lorenz-Systems genutzt; die zeitlich diskretisierten Entwicklungen der Koordinaten x, y und z bilden Zeitserien, auf welche die in den nächsten Abschnitten beschriebenen Analyseverfahren angewendet werden können.

5.2 Analysemethoden

In der Praxis beruht die Beobachtung eines chaotischen Systems immer auf der Messung einer oder mehrerer Observablen; aus ihnen soll die Dynamik – in den meisten Fällen das zugrundeliegende Differentialgleichungs-System – möglichst vollständig bestimmt werden. Gibt es nur eine zeitabhängige skalare Observable, deren Meßwerte in Form einer Zeitserie

$$s(k) = s(t_0 + k\tau_s), \tag{5.11}$$

vorliegen, so spiegelt diese die Entwicklung der diskretisierten Dynamik (5.1)

$$\mathbf{x}(t_0 + (n+1)\tau_s) \approx \mathbf{x}(t_0 + n\tau_s) + \tau_s \mathbf{F}(\mathbf{x}(t_0 + n\tau_s)), \tag{5.12}$$

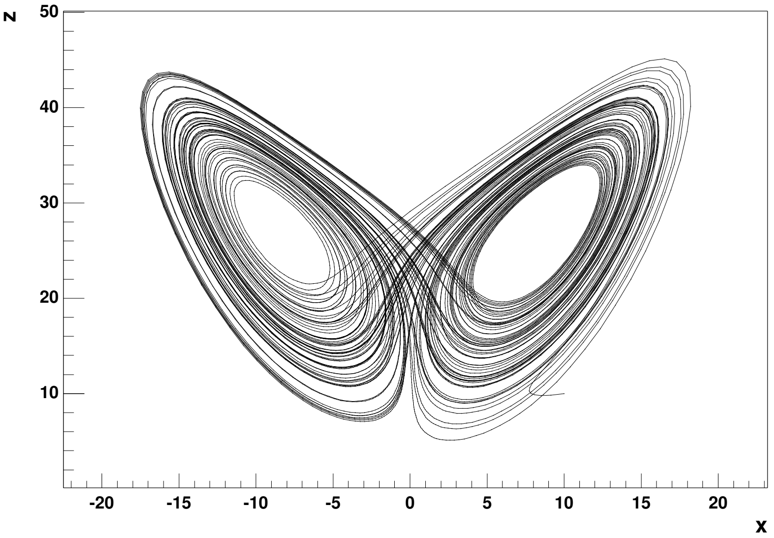


Abbildung 5.1: Der Lorenz-Attraktor in der $x-z$-Phasenraumprojektion. Das System verhält sich chaotisch, es bildet sich keine stabile Bahn im Phasenraum aus. Als Parameter wurden $\sigma = 10$, $r = 28$ und $b = 2.6666$ gewählt.

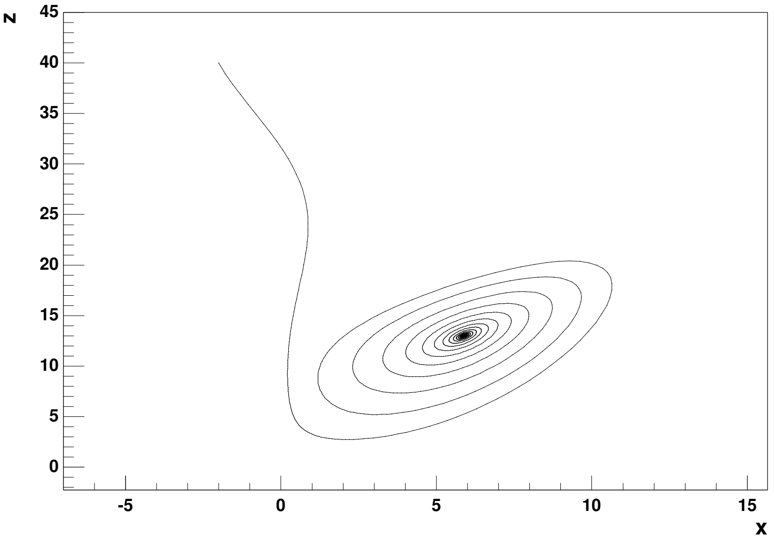


Abbildung 5.2: $x-z$-Phasenraumprojektion des Lorenzsystems. Mit den Parametern $\sigma = 10$, $r = 14$ und $b = 2.6666$ bildet sich ein Fixpunkt aus; das System verhält sich stabil.

wider [41]. Da aber die Observable $s(k)$ eine nichtlineare eindimensionale Projektion der mehrdimensionalen Dynamik (5.12) darstellt, ist es nicht möglich, aus der Kenntnis der $s(k)$ direkt auf die Zeitentwicklung der $\mathbf{x}(m)$ zu schließen. Eine Möglichkeit, dennoch eine Phasenraumrekonstruktion durchzuführen, bietet das Einbettungs-Theorem, welches im folgenden Abschnitt erläutert wird.

5.2.1 Phasenraumrekonstruktion

Die Antwort auf die Frage, wie aus einer skalaren Observable $s(k)$ die vieldimensionale Phasenrauminformation des zugrundeliegenden Systems gewonnen werden kann, liefert das Einbettungs-Theorem [38], dessen grundlegende Ideen kurz zusammengefaßt werden sollen; eine ausführlichere Darstellung findet sich in [41].

Ist $\mathbf{x}(n)$ ein vieldimensionales System und $h(\bullet)$ eine skalare Observable, die über eine Vektorfunktion $\mathbf{g}(\mathbf{x}(n))$ mit diesem System zusammenhängt, so läßt sich die geometrische Struktur des Phasenraumes in einem d-dimensionalen euklidischen Raum entfalten, der durch neue Vektoren $\mathbf{y}(n)$ aufgespannt wird. Die Komponenten dieser Vektoren sind gegeben als die Anwendung von $h(\bullet)$ auf Potenzen von $\mathbf{g}(\mathbf{x}(n))$:

$$\mathbf{y}(n) = \left[h(\mathbf{x}(n)),\ h(\mathbf{g}^{T_1}(\mathbf{x}(n))),\ h(\mathbf{g}^{T_2}(\mathbf{x}(n))), \ldots, h(\mathbf{g}^{T_{d-1}}(\mathbf{x}(n)))\right] . \tag{5.13}$$

Erfüllen die Funktionen $h(\bullet)$ und $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ bestimmte Stetigkeitsbedingungen [39] und wird d ausreichend groß gewählt, so reproduziert der neue Vektor alle wichtige Eigenschaften des Systems $\mathbf{x}$; insbesondere folgt die Zeitentwicklung $\mathbf{y}(n) \to \mathbf{y}(n+1)$ derjenigen des Ursprungssystems $\mathbf{x}(n) \to \mathbf{x}(n+1)$.

Wählt man speziell für $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ die Vektorfunktion

$$\begin{aligned} \mathbf{g}(\mathbf{x}(n)) &= \mathbf{x}(n+1), \\ \Rightarrow \mathbf{g}^{T_k}(\mathbf{x}(n)) &= \mathbf{x}(n+T_k) = \mathbf{x}(t_0 + (n+T_k)\tau_s) \end{aligned} \tag{5.14}$$

und für die skalare Observable $h(\mathbf{x}(n))$ die gemessene Zeitserie

$$h(\mathbf{x}(n)) = s(n), \tag{5.15}$$

so nimmt (5.13) eine einfache Form an; der neue Vektor $\mathbf{y}(n)$ setzt sich komponentenweise zusammen aus dem Meßwert $s(n)$ der Zeitserie zum Zeitpunkt n und den $d-1$ zeitlich verzögerten Meßwerten $s(n+kT)$:

$$\mathbf{y}(n) = [s(n), s(n+T), s(n+2T), \ldots, s(n+(d-1)T)] \tag{5.16}$$

T wird als Vielfaches der Sampling-Zeit in Einheiten von τ_s gewählt.

Der Vektor $\mathbf{y}(n)$ ist so beschaffen, daß Punkte, die im Phasenraum aufgrund der Dynamik einen großen Abstand voneinander haben und nur durch in Projektion auf die Observable $s(n)$ dicht nebeneinanderliegen, in dem durch die $\mathbf{y}(n)$ aufgespannten Vektorraum – er wird als Einbettungsraum bezeichnet – entzerrt werden; durch diesen Vorgang wird die Phasenraumstruktur, und damit die Dynamik und ihre Zeitentwicklung des nichtlinearen Systems sichtbar. In diesem Vektorraum können dann umfangreiche

Analysen des Systemverhaltens durchgeführt werden; dazu zählt auch die Abschätzung des Spektrums der Ljapunov-Exponenten, welche in Abschnitt 5.2.4 durchgeführt wird. Unbedingte Voraussetzung für zuverlässige Analysen ist, daß die Verzögerung T und die Einbettungsdimension d_E geeignet gewählt werden; die Verfahren hierzu werden in den folgenden Abschnitten erläutert.

5.2.2 Wahl der Verzögerung T

Die fundamentale Verzögerung T bestimmt, wie groß der zeitliche Abstand der Datenpunkte $s(n + kT)$, die als Komponenten des Vektors $\mathbf{y}$ identifiziert werden, gewählt wird. Da durch die Vektoren $\mathbf{y}$ ein Vektorraum aufgespannt wird, der die Dynamik des Systems sichtbar machen soll, muß die optimale Verzögerung drei Kriterien erfüllen:

- Sie muß ein Vielfaches der Sampling-Zeit τ_s sein, da nur zu diesen Zeitpunkten Meßdaten zur Verfügung stehen.
- Sie muß so groß gewählt werden, daß sich die Dynamik des Systems in dieser Zeit nennenswert entfalten kann, damit sein chaotisches Verhalten sichtbar wird.
- Sie darf jedoch nicht zu groß gewählt werden; da ein chaotisches System auf großen Zeitskalen nicht vorhersagbar ist, sind Meßwerte, die zu weit auseinanderliegenden Zeitpunkten aufgezeichnet wurden, unkorreliert.

Eine Möglichkeit, eine optimale Verzögerung zu finden, beruht auf der Informationstheorie; das Verfahren geht zurück auf Shannons Definition der beiderseitigen Information (Mutual Information [40]) zwischen einer Größe A mit Meßwerten a_i und einer Größe B mit Meßwerten b_j: Die beiderseitige Information gibt an, wieviel Information (in bits) man über die Messung b_j gewinnt, wenn das Ergebnis der Messung a_i bekannt ist:

$$I_{ij} = \log_2 \left[\frac{\mathcal{P}_{AB}(a_i, b_j)}{\mathcal{P}_A(a_i)\mathcal{P}_B(b_j)} \right] . \tag{5.17}$$

Dabei ist $\mathcal{P}_{AB}(a, b)$ die kombinierte Wahrscheinlichkeit, daß eine Messung der Größe A den Wert a und die Messung von B das Ergebnis b ergibt; $\mathcal{P}_A(a)$ und $\mathcal{P}_B(b)$ sind die Einzelwahrscheinlichkeiten für das Auftreten dieser Ergebnisse.

Sind die beiden Messungen vollständig unabhängig voneinander, so faktorisiert die kombinierte Wahrscheinlichkeit

$$\mathcal{P}_{AB}(a, b) = \mathcal{P}_A(a)\mathcal{P}_B(b), \tag{5.18}$$

und im Ergebnis gewinnt man keine Information.

Die Mittelung von (5.17) über alle möglichen Meßergebnisse a_i und b_j wird Average Mutual Information[1] (AMI) [41] genannt; sie ergibt sich zu

$$I_{AB} = \sum_{a_i, b_j} \mathcal{P}_{AB}(a_i, b_j) log_2 \left[\frac{\mathcal{P}_{AB}(a_i, b_j)}{\mathcal{P}_A(a_i)\mathcal{P}_B(b_j)} \right] . \tag{5.19}$$

---

[1] Average Mutual Information, engl: Gemittelte beiderseitige Information

Diese Größe – in ihrer Bedeutung eine Art nichtlineare Autokorrelationsfunktion – kann auf die Meßwerte $s(n)$ und $s(n+T)$ der Zeitserie angewendet werden; im Ergebnis liefert sie als Funktion der Verzögerung T die Menge an Information $I(T)$, die man aus über die Messung $s(n+T)$ durch Messung von $s(n)$ gewinnt:

$$I(T) = \sum_{s(n),s(n+T)} \mathcal{P}(s(n), s(n+T)) \log_2 \left[\frac{\mathcal{P}(s(n), s(n+T))}{\mathcal{P}(s(n))\mathcal{P}(s(n+T))} \right] \geq 0. \qquad (5.20)$$

Für sehr kleine T erwartet man, daß $I(T)$ groß ist, weil auf kurzen Zeiten das System sehr korreliert sein sollte; bei großen T wird $I(T)$ gegen Null streben, da chaotische Systeme auf großen Zeitskalen nicht vorhersagbar sind. Es hat sich herausgestellt, daß die optimalen Verzögerungszeit durch das erste Minimum der Funktion $I(T)$ angegeben wird [41]; ihre Kenntnis wird zur Bestimmung des Spektrums der Ljapunov-Exponenten benötigt.

In Abbildung 5.3 ist die Average Mutual Information als Funktion der Verzögerung T für eine Messung mit Unten2-Target dargestellt; man erkennt, daß die Kurve schon bei $T = 1$ – einer Sampling-Zeit von $300\,\mu$s entsprechend – steil abfällt und bei $T = 2$ ihr erstes Minimum aufweist. Dieselbe Messung für das Lorenz-System, welches sein erstes Minimum erst bei $T = 17$ – entsprechend einer Iterationszeit von 0.17 s – ausbildet, zeigt Abbildung 5.4. Im Vergleich weisen diese simulierten Daten ein sehr glattes und wohldefiniertes Verhalten auf, das durch zwei Effekte hervorgerufen wird:

- Das Differentialgleichungssystem (5.10) wurde in sehr kleinen Schritten von $\tau_s = 10^{-2}$ s iteriert; dadurch ergibt sich eine gute Zeitauflösung, so daß das erste Minimum der Average Mutual Information erst bei $T = 17$ liegt.
- Die Simulation erzeugt Daten, die nicht durch stochastisches Rauschen überlagert sind; zudem liegen die generierten Meßwerte mit einer Auflösung in der Größenordnung 10^{-9} vor.

Die Average Mutual Information für die Messung mit dem Unten2-Draht weist dagegen deutliche Fluktuationen von Datenpunkt zu Datenpunkt auf; das wirft die Frage auf, ob nicht entweder durch Wahl einer kleineren Sampling-Zeit die Zeitauflösung deutlich erhöht werden muß, oder ob die Daten bei $T = 2$ eventuell kein echtes Minimum zeigen, sondern nur eine statistische Fluktuation.

In der Literatur [41] wird darauf verwiesen, daß in der Regel eine Auflösung von 10^{-4} nötig ist, um chaotisches Verhalten durch Messung von Zeitserien einer skalaren Größe aufspüren zu können. Die Auflösung der Eingangsdaten, die aus Messungen der F1-Rate bestehen, ist wesentlich geringer: Bei einer Wechselwirkungsrate von $R_{WW} = 10\,\text{MHz}$, einer Sampling-Zeit von $\tau_s = 300\,\mu$s und einer Hodoskop-Akzeptanz von $a = 0.01$ ergibt sich eine durchschnittliche Zählrate von

$$\overline{c} = a\tau_s R_{WW} = 300\,\text{F1} - \text{Signalen}/\tau_\text{s}, \qquad (5.21)$$

also eine Auflösung in der Größenordnung 10^{-2}. Hinzu kommen noch die statistischen Unsicherheiten der Messung aufgrund von Poisson-Fluktuationen, die in diesem Bereich

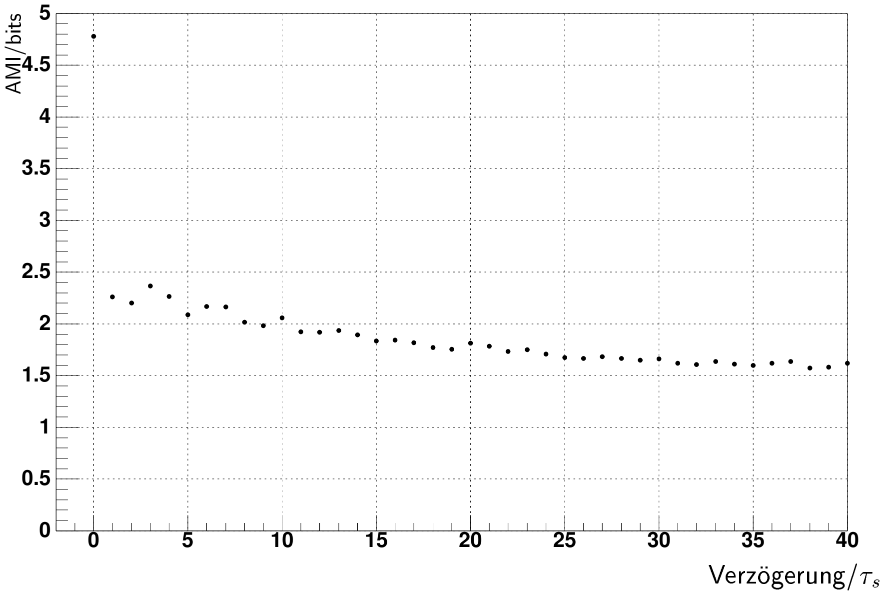


Abbildung 5.3: Average Mutual Information für eine Messung mit dem Unten2-Target. Die Wechselwirkungsrate beträgt 10 MHz, die Sampling-Zeit $\tau_s = 300\,\mu$s. Das erste Minimum der Funktion liegt bereits bei $T = 2$ – entsprechend einer Verzögerungszeit von 600 μs.

etwa 5% ausmachen. Möchte man die Zeitserien mit einer kleineren Sampling-Zeit aufzeichnen, um die Zeitauflösung zu verbessern, so sinkt die Signifikanz der Messungen weiter und der statistische Fehler nimmt zu.
Diese Überlegungen lassen schon den Schluß zu, daß die Messung der F1-Rate auf kleinen Zeitskalen nicht geeignet ist, um nichtlineare Untersuchungsmethoden zur Anwendung zu bringen.
Das im Abschnitt 5.2.4 dargestellte Verfahren, den größten Ljapunov-Exponenten des Systems zu finden, stützt in ihrem Ergebnis diese Schlußfolgerung auch quantitativ.

5.2.3 Wahl der Einbettungsdimension d_E

Approximationsverfahren zur Bestimmung der Ljapunov-Exponenten eines Systems beruhen auf der Annahme, daß sich der Attraktor im Einbettungsraum der Vektoren **y** vollständig entfalten kann; ist die Dimension d_E des Vektorraumes zu klein gewählt, so liegt der Attraktor nur als Unterraumprojektion eines höherdimensionalen Raumes vor. Die Folge ist, daß benachbarte Punkte im Einbettungsraum nicht unbedingt aufgrund der Dynamik, sondern wegen dieser Unterraumprojektion nebeneinander liegen (vgl. Abbildung 5.5). In diesem Falle aber versagt jeder Algorithmus, der das zeitliche Verhalten benachbarter Raumpunkte approximiert, um daraus das Ljapunov-Spektrum

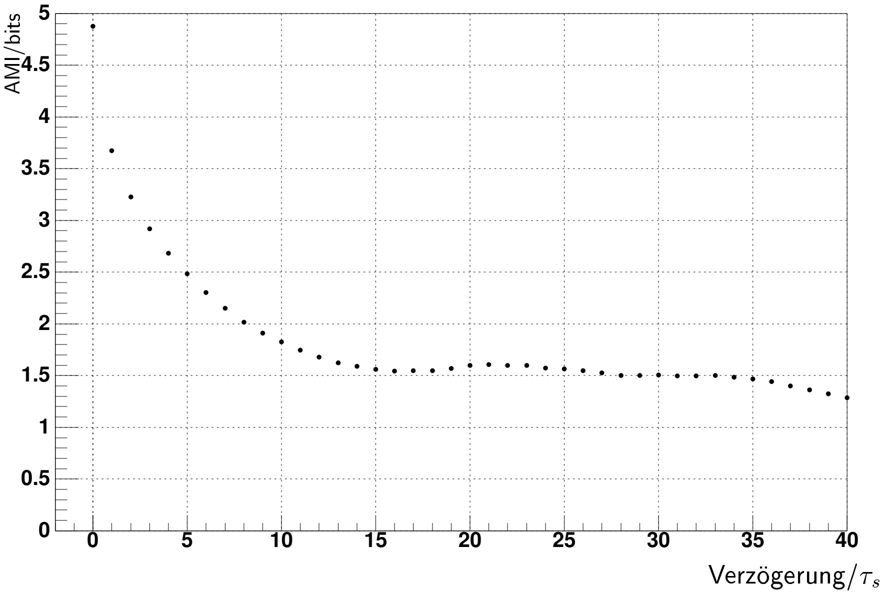


Abbildung 5.4: Average Mutual Information für das Lorenz-System (5.10). Das Differentialgleichungssystem wurde in Schritten von 10 ms iteriert. Der Abbildung liegt die Zeitserie der Variable x zugrunde; als Parameter wurden $\sigma = 10$, $r = 28$ und $b = 2.6666$ gewählt. Das erste Minimum der Funktion liegt bei $T = 17$, entsprechend einer Iterationszeit von 0.17 s.

abzuschätzen. Deshalb ist es nötig, die Einbettungsdimension zu bestimmen, nachdem das Exponenten-Spektrum für verschiedene Einbettungsdimensionen errechnet wurde. Ein gängiges Verfahren [41] beruht auf der Beobachtung, daß sich der Abstand zweier Punkte im $d_E + 1$-dimensionalen Phasenraum nur noch geringfügig ändert, wenn sich der Attraktor in der Dimension d_E vollständig entfaltet hat (siehe auch Abbildung 5.5). Das hat unmittelbar zur Folge, daß auch das Spektrum der Ljapunov-Exponenten mit höheren Einbettungsdimensionen nahezu konstant bleibt. Dies ist das Kriterium, welches – nachdem das Ljapunov-Spektrums in verschiedenen Dimensionen analysiert worden ist – angewendet wird, um anschließend die Einbettungs-Dimension zu wählen, die sich als ausreichend groß herausstellt, damit sich die Dynamik des Systems vollständig entfalten kann.

Da sich mit höheren Dimensionen die Phasenraumstruktur des Systems nicht mehr ändert, kann die Einbettungsdimension im Prinzip beliebig groß gewählt werden; jedoch ist es zweckmäßig, das kleinstmögliche d_E zu wählen, da mit größeren d_E die Wahrscheinlichkeit zunimmt, anstatt des niedrigdimensionalen chaotischen Systems ein hochdimensionales Rauschen, welches eventuell in den Daten enthalten ist, zu analysieren.

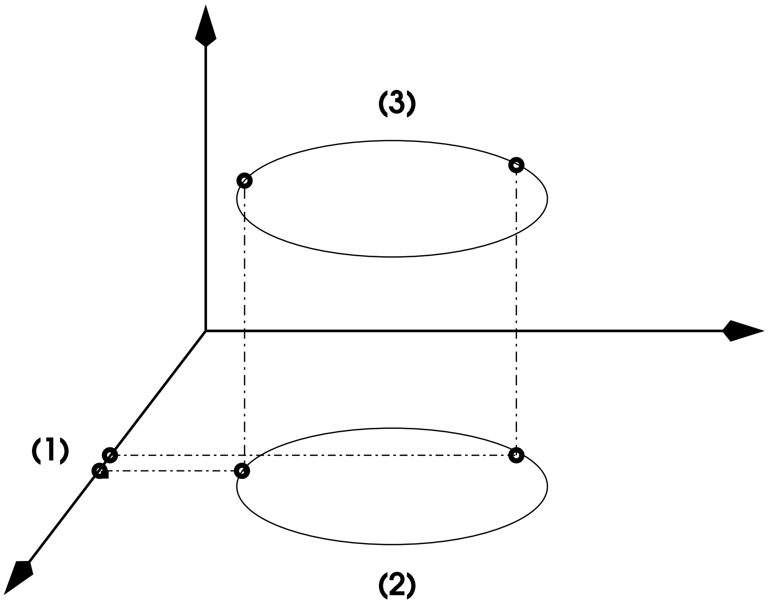


Abbildung 5.5: Beispiel zum Auffinden der globalen Einbettungs-Dimension. Die zwei Punkte, die im eindimensionalen Raum (1) nebeneinander liegen, sind nur aufgrund der Projektion aus dem 2-dimensionalen Raum benachbart. Im Vergleich zwischen 2-dimensionaler und 3-dimensionaler Darstellung ändert sich ihr Abstand nicht mehr: Die Phasenraumstruktur kann als elliptische Bahn in zwei Dimensionen entfaltet werden.

5.2.4 Numerische Bestimmung von Ljapunov-Exponenten

Um eine eindeutige Aussage darüber zu erhalten, ob sich ein System chaotisch verhält, muß der Wert des größten Ljapunov-Exponenten λ_1 des Spektrums bestimmt werden; ist dieser positiv, so kennzeichnet das ein exponentielles Auseinanderlaufen benachbarter Trajektorien im Phasenraum, also das Auftreten von Chaos.
Unterschiedliche Verfahren sind entwickelt worden, um λ_1 abzuschätzen [41]. Sie beruhen alle auf der Tatsache, daß chaotische Systeme kompakte Attraktoren im Phasenraum ausbilden, deren benachbarte Trajektorien exponentiell im Phasenraum auseinanderlaufen. Die Definition (5.9) von λ_1 macht deutlich, daß eine Methode benötigt wird, welche erlaubt, die Jacobi-Matrix $\mathbf{DF}(\mathbf{y}_k)$ an der Stelle $\mathbf{y}_k$ möglichst genau zu approximieren. Alle bekannten Verfahren implementieren dazu eine Nächste-Nachbar-Suche, die zu einem gegebenen Punkt $\mathbf{y}_k$ im rekonstruierten Phasenraum den abstandskleinsten Nachbarpunkt $\mathbf{y}_k^{(r)}$ finden. Dann versucht man, die Zeitentwicklung

$$\mathbf{y}_k^{(r)} \rightarrow \mathbf{y}_{k+1}^{(r)} \qquad (5.22)$$

aus derjenigen des Ursprungspunktes $\mathbf{y}_k \rightarrow \mathbf{y}_{k+1}$ mit Hilfe geeigneter Polynome zu erfassen. Auf dieser Grundlage kann dann eine Abschätzung der Jacobi-Matrix, und damit des Ljapunov-Spektrums, erfolgen.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde das Programm LENNS [36] benutzt, um den größten Ljapunov-Exponenten einer Zeitserie abzuschätzen. Es benutzt zur Approximation der Zeitentwicklung (5.22) neuronale Netze [42]; sie liefern in den meisten Fällen eine bessere Anpassung als Polynom-Ansätze und sind zudem relativ unempfindlich gegen verrauschte Daten. Allerdings können sie nur für kleine Zeitserien ($n \leq 1000$) Anwendung finden, da sie einen hohen Rechenaufwand erfordern.
Abbildung 5.6 zeigt den führenden Ljapunov-Exponenten λ_1 als Funktion der Einbettungsdimension bei der in Abschnitt 5.2.2 bestimmten Verzögerung von $T = 17$. Die angegebenen Fehler entstammen der Approximation der Phasenraumtrajektorien durch LENNS. Man sieht, daß der Exponent positiv ist; in der für das Lorenz-System optimalen Einbettungsdimension $d_E = 4$ wird der Fehler der Anpassung durch das neuronale Netz sehr klein. Für höhere d_E stehen leider keine Daten zur Verfügung, so daß insbesondere das Sättigungsverhalten des Exponenten λ_1 für $d_E \geq 4$ nicht überprüft werden konnte.

In Abbildung 5.7 ist die entsprechende Analyse für die Zeitserie, die mit dem Unten2-Target gemessen wurde, für die Verzögerung $T = 2$ dargestellt. Die Fehler der Exponenten-Anpassung liegen um eine Größenordnung höher als der eigentliche Analyse-

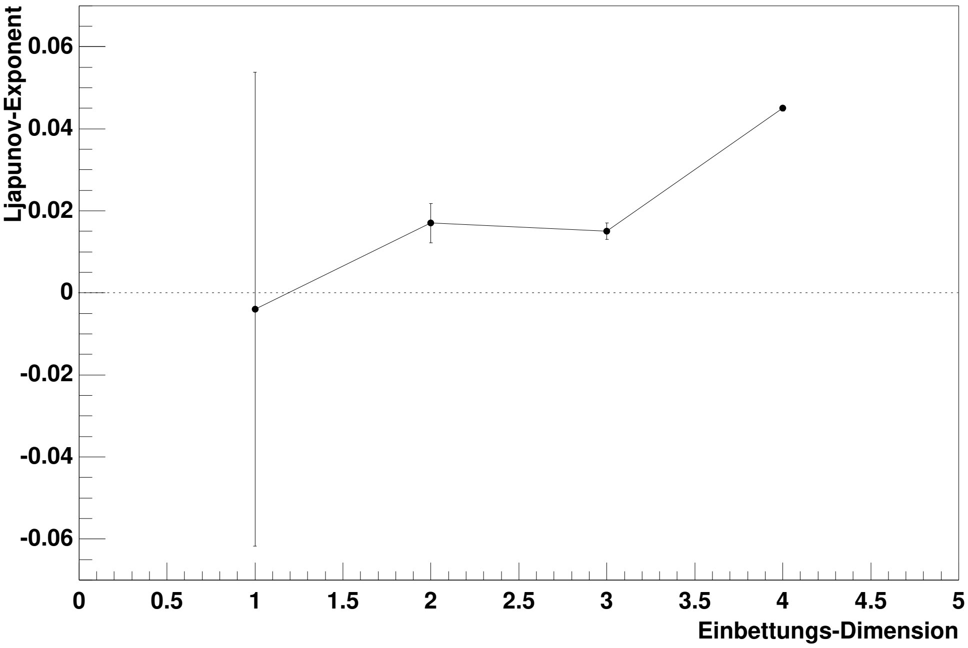


Abbildung 5.6: Bestimmung des führenden Ljapunov-Exponenten als Funktion der Einbettungs-Dimension. Den Daten liegt eine Zeitserie der Variablen x des Lorenz-Systems zugrunde; als Parameter wurden $\sigma = 10$, $r = 28$ und $b = 2.6666$ gewählt. Die optimale Verzögerung wurde zu $T = 17$ bestimmt.

wert, so daß nicht einmal eine Abschätzung des Vorzeichens des führenden Ljapunov-Exponenten möglich ist. Diese Fehler können nur durch eine signifikante Vergrößerung der Eingangsdaten-Auflösung verringert werden. Da aber die Auflösung der F1-Rate – wie im letzten Abschnitt erläutert – aufgrund der kleinen Akzeptanz der Hodoskopzähler und der geforderten kleinen Zeitauflösung nicht erhöht werden kann, ist das Hodoskop-System, wie es in dieser Arbeit verwendet wurde, zur Untersuchung nichtlinearer Dynamik ungeeignet. Diese Wertung ist allerdings nur als erster Eindruck zu sehen; um die Eigenschaften der Fehlerentwicklung etwa in Abhängigkeit der Sampling-Zeit oder der Hodoskop-Akzeptanz zu verstehen, bedarf es detaillierter Studien; dazu müßten sowohl ein Vergleich unterschiedlicher Ansätze zur Approximation des Ljapunov-Spektrums als auch Simulationsstudien an wohlverstandenen chaotischen Systemen durchgeführt werden.

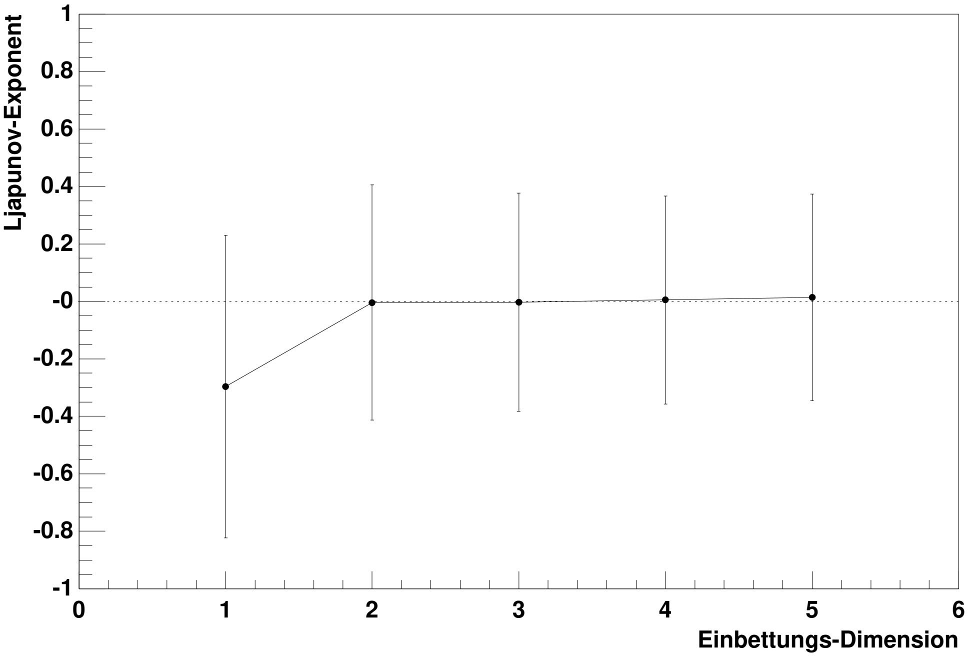


Abbildung 5.7: Bestimmung des führenden Ljapunov-Exponenten als Funktion der Einbettungs-Dimension für die Zeitserie, welche mit dem Unten2-Target gemessen wurde. Die Sampling-Zeit beträgt 300 μs, als optimale Verzögerung wurde $T = 2$ gewählt. Die angegebenen Fehler, welche die Meßwerte um eine Größenordnung übersteigen, ergeben sich aus der Approximation der Phasenraumtrajektorien durch LENNS.

5.2.5 Die Möglichkeiten des elektromagnetischen Kalorimeters

Wie in [13] gezeigt wurde, ist die Energieinformation des HERA-B elektromagnetischen Kalorimeters prinzipiell zur Ratenbestimmung geeignet: Die im ECAL deponierte Energie ist proportional der Zahl der Wechselwirkungen pro Bunchcrossing und damit proportional zur Wechselwirkungsrate. Dieses System bietet gegenüber den Hodoskop-Zählern den großen Vorteil, daß die Energieinformation aus den ECAL-Zellen für jedes Bunchcrossing mit einer Auflösung von 8 bit zur Verfügung steht. Um eine Auflösung in der Größenordnung 10^{-4}, wie sie zur Analyse nichtlinearer Dynamik notwendig ist, zu erhalten, muß die Energieinformation lediglich über etwa 50 Bunchcrossings summiert werden; das entspricht einer Sampling-Zeit von $50 \cdot 96\,\mathrm{ns} \approx 4.8\,\mu\mathrm{s}$. Mit diesem System sollte es also möglich sein, mit ausreichender Signalauflösung in einem Zeitbereich zu messen, der ungefähr vier Größenordnungen unterhalb dessen liegt, was zur Zeit bei gleicher Auflösung mit dem Hodoskop-System erreichbar ist. Das Aufzeichnen von Zeitserien mit diesem System würde deshalb vielfältige Möglichkeiten eröffnen, die von der Analyse von Ratenfluktuationen im Zeitbereich eines Strahlumlaufes bis zur Untersuchung nichtlinearen Verhaltens einzelner Bunche reichen.
Aufgrund technischer Probleme [13] konnte die Ratenbestimmung mit Hilfe des ECAL bisher nicht zur Anwendung kommen; aus diesem Grund waren auch keine Untersuchungen zur nichtlinearen Dynamik möglich.

5.3 Zusammenfassung

Wie in diesem Kapitel gezeigt wurde, erweisen sich Untersuchungen nichtlinearer Effekte mit Hilfe von Zeitserien der F1-Rate im ersten Ansatz als schwierig. Diese Einschätzung ist das Ergebnis exemplarischer Studien, welche mit den üblichen Werkzeugen der nichtlinearen Analyse durchgeführt wurden. Obwohl die notwendigen Randbedingungen für eine Analyse nur sehr schwer quantifiziert werden können, scheint doch das Versagen der Abschätzung von Ljapunov-Exponenten auf die mangelnde Auflösung der F1-Rate, zumindest im Bereich kleiner Sampling-Zeiten, zurückzuführen zu sein. Für große τ_s, etwa im Bereich einiger Sekunden, könnten aber die in dieser Arbeit entwickelten Analyseverfahren erfolgreich zur Anwendung kommen; desgleichen könnte Messungen von Zeitserien mit Hilfe des elektromagnetischen Kalorimeters großer Erfolg beschieden sein.
Die Untersuchung chaotischen Verhaltens mit Hilfe des HERA-B-Targets ist in jedem Falle ein äußerst interessantes Verfahren; es würde es sich lohnen, das Wissen auf diesem Gebiet durch systematische Studien zu erweitern.

Kapitel 6

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurden detaillierte Studien zu Ursachen und Verhalten von Ratenfluktuationen am HERA-B-Target präsentiert. Die Notwendigkeit der Untersuchung dieser Fluktuationen ist durch die Forderung motiviert, daß die Wechselwirkungsrate, um eine effiziente Datennahme mit dem HERA-B-Detektor zu ermöglichen, bezogen auf eine Meßzeit von einer Sekunde im Durchschnitt nicht mehr als ±10% von ihrem Mittelwert abweichen sollte [23]. In dieser Arbeit wurde jedoch anhand von exemplarischen Untersuchungen gezeigt, daß diese Vorgabe zur Zeit nicht in jedem Fall erfüllt wird.

Zur Messung von Ratenfluktuationen wurde ein Meßsystem aufgebaut, daß die Bestimmung von Zeitserien der Wechselwirkungsrate ermöglicht. Der elektronische Aufbau und die Datennahme wurden dargestellt sowie die grundlegende Funktionalität bewiesen.

Die Analyse von Ratenfluktuationen stützt sich im wesentlichen auf die Untersuchung von Ratenbreiten und spektralen Verteilungen der Rate; aufgrund prinzpieller Eigenschaften der Datennahme traten bei letzteren Schwierigkeiten mit Spiegelfrequenzen auf, die aber durch Anwendung eines einfachen Algorithmus' gelöst werden konnten. Es konnte gezeigt werden, daß Fluktuationen der Wechselwirkungsrate im wesentlichen durch niederfrequente Ratenoszillationen hervorgerufen werden; anhand von Meßdaten und Simulationen wurde aufgezeigt, daß diese Oszillationen die Ratenbreite signifikant vergrößern. Darüber hinaus führte das Herausfiltern niederfrequenter Schwingungsanteile aus der Wechselwirkungsrate zu einer wesentlich kleineren Ratenbreite, welche nur durch die zugrundeliegenden Fluktuationen beim Meßprozeß bestimmt ist.

Fußend auf diesen Beobachtungen wurde ein Modell entwickelt, welches das Verhalten der Daten in guter Näherung wiedergibt; es beruht auf der Annahme dreier Beiträge zur Ratenbreite: Zum einen der Anteil durch Poissonfluktuationen, welcher durch den Meßprozeß entsteht, weiterhin ein Beitrag aufgrund niederfrequenter Oszillationen; den dritten Anteil bilden hochfrequente und stochastische Ratenfluktuationen.

Die Analyse von Frequenzspektren bestätigt den Eindruck, daß niederfrequente Oszillationen die Ratenbreite dominieren; es ist gelungen, einen Zusammenhang zwischen gemessener Ratenbreite und dem schwingungsinduzierten Leistungsanteil des Frequenzspektrums herzustellen.

Zusätzlich wurde am Beispiel der Abhängigkeit von Drahtmaterial und Drahtorientierung, sowie am Beispiel von Bodenvibrationen aufgezeigt, in welcher Weise äußere Parameter auf die Ratenfluktuationen Einfluß nehmen. Bodenvibrationen beeinflussen die Wechselwirkungsrate signifikant; eine gute Übereinstimmung zwischen den Frequenzspektren der Wechselwirkungsrate und des HERA-Vibrationssystems konnte nachgewiesen werden. Damit zusammenhängend ist die Beobachtung, daß die horizontal orientierten Targets im Mittel größere Ratenfluktuationen produzieren als die vertikal orientierten. Natürlich spielt in diesem Zusammenhang auch das Drahtmaterial eine Rolle, wie exemplarisch anhand des Unten2-Drahtes aufgezeigt wurde.

Die gerade in den Randbereichen des Protonen-Strahls dominierende nichtlineare Strahldynamik legt die Vermutung nahe, daß auch chaotische Effekte signifikante Ratenfluktuationen verursachen können; in diesem Zusammenhang wurden nichtlineare Analysemethoden vorgestellt, die eine Identifikation von chaotischer Dynamik erlauben. Diese wurden exemplarisch auf Meßdaten angewendet; dabei stellte sich heraus, daß die Auflösung der Meßwerte für eine aussagekräftige Analyse nicht ausreicht, und somit das Hodoskop-System auf kleinen Zeitskalen zum Aufspüren nichtlinearer Ratenfluktuationen ungeeignet ist. Begründet werden kann dies mit der geringen Akzeptanz der Hodoskopzähler; die statistische Signifikanz der Messungen ist zum Aufspüren chaotischer Fluktuationen mit kleiner Zeitkonstante nicht ausreichend.

Eine Ratenmessung mit dem elektromagnetischen Kalorimeter, wie sie zur Zeit vorbereitet wird, wird eine signifikante Verbesserung sowohl der Zeitauflösung als auch der Meßgenauigkeit nach sich ziehen; alle in dieser Arbeit beschriebenen und entwickelten Untersuchungsmethoden sind auch auf diese Daten anwendbar, so daß die Analyse nichtlinearer Ratenfluktuationen in naher Zukunft systematisch fortgeführt werden kann.

Im Ergebnis eröffnen die in dieser Arbeit durchgeführten Analysen vielfältige Möglichkeiten, um Ratenfluktuationen am HERA-B-Target weiter zu reduzieren. Die Wahl geeigneter Drahtmaterialien, oder auch die gezielte Bekämpfung niederfrequenter Oszillationen, wie zum Beispiel der Bodenvibrationen, sind nur zwei Beispiele dafür.

Um in das faszinierende Gebiet der Ratenfluktuationen weiter vorzudringen, bedarf es noch detaillierter systematischer Studien aller Effekte, die möglicherweise zu Fluktuationen beitragen, zum Beispiel

- das Studium von Strahllageoszillationen,
- Bunch-zu-Bunch-Variationen der Wechselwirkungsrate,
- das Studium von Satellitenbunchen [43],
- ein grundlegendes Verständnis der Ursachen von Coasting Beam [15] und
- Simulationsstudien von Protonen in den nichtlinearen Bereichen ihres Phasenraumes.

Einige dieser Effekte sind bereits Gegenstand aktueller Untersuchungen, andere wiederum entziehen sich der Analyse, weil sie mit den zur Verfügung stehenden Meßverfahren zur Zeit nicht untersucht werden können.

Literaturverzeichnis

[1] M. Kobayashi and K. Maskawa
CP-Violation in the Renormizable Theory of Weak Interaction
Prog. Theor. Phys. **49** (1972) 282

[2] F. Halzen and A. D. Martin
Quarks & Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics
John Wiley & Sons, New York (1984)

[3] L. Wolfenstein
Parametrization of the Kobayashi-Maskawa Matrix
Phys. Rev. Lett. **Vol.51 No.21** (1983) 1945

[4] H. Albrecht et al.
Phys. Lett. **B 192** (1987) 245

[5] T. Lohse et al.
HERA-B: An Experiment to Study CP Violation in the B System Using an Internal Target at the HERA Proton Ring (Proposal)
DESY-PRC 94/02 (1994)

[6] T. Affolder et al. (CDF Collaboration)
Measurement of $\sin 2\beta$ *from* $B^0 \to J/\Psi K^0_S$ *with the CDF Detector*
Phys. Rev. **D 61** (2000) 072005

[7] S. Mele
Indirect Measurement of the Vertex and Angles of the Unitarity Triangle
CERN-EP/98-133 (1998)

[8] I. Abt et al. (The H1 Collaboration)
The H1-Detector at HERA
Nucl. Instr. Meth. **A 386** (1997) 310

[9] The ZEUS Collaboration
The Zeus Detector, Status Report
DESY-PRC 93/05 (1993)

[10] M. Düren
The HERMES Experiment: From the Design to the First Results
DESY HERMES 95-02 (1995)

[11] H. Albrecht et al.
HERA-B – An Experiment to Study CP Violation in the B System Using an Internal Target at the HERA Proton Ring – Design Report
DESY-PRC 95/01 (1995)

[12] B. Schwenninger
Untersuchungen der Myon-Pretrigger-Elektronik für das HERA-B Experiment
Diplomarbeit, Universität Dortmund (1997)

[13] M. Symalla
Vorbereitende Untersuchungen zur Bestimmung der Wechselwirkungsraten und deren Zeitstruktur an einem Drahttarget mit Hilfe der Energieinformation des HERA-B elektromagnetischen Kalorimeters
Diplomarbeit, Universität Dortmund (1999)

[14] S. İşsever
Vorbereitende Untersuchungen für das HERA-*B* Experiment
Diplomarbeit, Universität Dortmund (1996)

[15] K. Ehret et al.
Observation of coasting beam at the HERA Proton-Ring
DESY 00-018 (February 2000)

[16] M. Seidel
The Proton Collimation System of HERA
Dissertation, Universität Hamburg,
DESY 94-103 (1994)

[17] B. Holzer et al.
Liste der strahloptischen Parameter von HERA-p (1997)

[18] Particle Data Group
Review of Particle Physics
The European Physical Journal **C3** (1998) 1

[19] T. Jagla
Untersuchung der Target-Strahl Wechselwirkung im HERA-B Experiment
Diplomarbeit, Universität Dortmund (1998)

[20] V. Aushev
Target Group Meeting, Universität Dortmund (Dezember 1998)

[21] M. Symalla
persönliche Mitteilung (1999)

[22] S. İşsever
persönliche Mitteilung (1999)

[23] K. Ehret
persönliche Mitteilung (1999)

[24] S. Schaller
Untersuchung der Beiträge einzelner Protonbündel zur Wechselwirkungsrate des HERA-B-Experimentes
Diplomarbeit, Universität Heidelberg (1998)

[25] SIS GmbH, Hamburg
URL: http://www.struck.de

[26] SIS GmbH, Hamburg
SIS 3807 - VME Pulse Generator: User Manual
SIS Documentation (1998)

[27] SIS GmbH, Hamburg
SIS3806 - VME Multiscaler: User Manual
SIS Documentation (1998)

[28] VITA – the VMEbus Interational Trade Association
VMEbus FAQ
URL: http://www.vita.com

[29] R.J. Barlow
Statistics – A Guide to the Use of Statistical Methods in the Physical Sciences
John Wiley and Sons, New York (1989)

[30] W.H. Press et al.
Numerical Recipes in C - The Art of Scientific Computing
Second Edition, Cambridge University Press (1992)

[31] C.E. Shannon, W. Weaver
The Mathematical Theory of Information
University of Illinois Press (1949)

[32] M. Frigo, S.G. Johnson
FFTW: An Adaptive Software Architecture for the FFT
ICASSP conference proceedings **vol. 3** (1998) 1381

[33] C. Montag
persönliche Mitteilung (1999)

[34] H. Mais
Some Topics in Beam Dynamics of Storage Rings
DESY 96-119 (1996)

[35] F. Zimmermann
Dynamische Apertur und Teilchenbewegung im HERA-Protonen-Ring
Diplomarbeit, Universität Hamburg (1991)

[36] S. Ellner, D.W. Nychka, and A.R. Gallant
LENNS, a program to estimate the dominant Lyapunov exponent of noisy nonlinear systems from time series data
Institute of Statistics Mimeo Series **2235**
North Carolina State University (1992)

[37] E.N. Lorenz
Deterministic nonperiodic flow
J. Atmos. Sci. **20** (1963) 130

[38] R. Mane. D. Rand and L.S. Young (Editors)
Dynamical Systems and Turbulence, Warwick 1980
Springer Verlag, New York (1981) 230

[39] M. Casdagli, T. Sauer, J.A. Yorke
Embedology
J. Stat. Phys. **65** (1991) 579

[40] R.G. Gallager
Information Theory and Reliable Communication
John Wiley and Sons, New York (1968)

[41] Henry D.I. Abarbanel
Analysis of Observed Chaotic Data
Springer Verlag, New York (1995)

[42] R. Rojas
Theorie der neuronalen Netze – Eine systematische Einführung
Springer Verlag, Berlin (1993)

[43] G. Baki
Diplomarbeit, Universität Dortmund, in Vorbereitung

Danksagung

Diese Arbeit konnte nur entstehen mit der Hilfe vieler Leute, denen ich zu Dank verpflichtet bin.

An erster Stelle danke ich meinen Eltern, Rainer und Annette Knierim, die mir in all den Jahren meiner Ausbildung mit Rat und – nicht nur finanzieller – Tat zur Seite gestanden haben; für ihre Unterstützung in jeglicher Hinsicht bin ich meiner gesamten Familie unendlich dankbar.

Ganz besonderer Dank gilt auch meiner Verlobten Maria "eM" van Eldik, die es gerade in den letzten Monaten mit unglaublicher Geduld und ausdauerndem Engagement verstanden hat, mich immer wieder aus dem Sumpf der Datenanalyse zu fischen und mir die Welt jenseits der Diplomarbeit zu zeigen.

Der Sumpf soll nicht darüber hinwegtäuschen, daß diese Arbeit sowohl thematisch als auch in der praktischen Ausführung hochinteressant und in den letzten Wochen geradezu spannend war. Für die Aufgabenstellung danke ich Herrn Prof. Dr. D. Wegener; auf geradezu wundersame Weise verstand er es immer wieder, mich für das Thema Ratenfluktuationen in seinen verschiedenen Facetten zu begeistern.

Herrn Prof. Dr. P. Buchholz danke ich für die freundliche Übernahme des Zweitgutachtens und für all seine Bemühungen im Vorfeld der Abgabe dieser Arbeit.

Souveräne Betreuung durfte ich von Seiten Dr. Klaus Ehrets erleben; in jeder Situation fand er Zeit für ausgiebige Diskussionen und umfassende Erläuterungen zu den verschiedensten Themen des physikalischen Alltags. Ihm gebührt mein besonderer Dank dafür, daß er mir bei der Anfertigung dieser Arbeit zwar den Weg gezeigt, mich aber thematisch nie eingeschränkt hat.

Michael "Keule" Symalla hat mich unermüdlich mit Korrekturen beschenkt, was für mich – glücklicherweise! – immer mit ziemlicher Arbeit verbunden war; jedoch wäre diese Arbeit ohne seine Hilfe eine strukturelle und inhaltliche Zumutung.

Allen anderen Mitgliedern der Target-Gruppe danke ich für zahlreiche Diskussionen und die schöne gemeinsame Zeit, wenn ich – eigentlich zu selten – mal wieder in Hamburg war. Besonderer Dank geht an Stefan Spratte, der mich in die Geheimnisse von Star Wars einführte, was meinen physikalischen Horizont gewaltig erweitert hat.

Matthias Grewe danke ich für die vielen fruchtbaren und ablenkenden Diskussionen über Indiana Jones 3, die wir in den letzten Monaten geführt haben. Meinem Studienkollegen Alex Großheim gebührt Dank für zahlreiche Gespräche, die zwar nicht nur auf Ratenfluktuationen und AQUA-RICH beschränkt waren, trotzdem aber häufig in gemeinsamer Verwirrung endeten.

Linus Torvalds ist es zu verdanken, daß mir während der Analyse ein effizientes Betriebssystem zur Verfügung stand; es hat mich bisher noch nie im Stich gelassen.
Wie kein anderer hat es mein Physiklehrer Herr Baacke verstanden, seine Schüler mit anschaulichen Erklärungen in die Welt der Physik einzuführen. Er ist wesentlich dafür verantwortlich, daß ich meinen Wunsch, Physik zu studieren, verwirklicht habe.
Denjenigen, die ich nicht erwähnt habe, sei ein Bier für meine Vergeßlichkeit versprochen; ihnen allen gilt mein Dank für die gute Zusammenarbeit während der letzten Monate.

Diese Arbeit wurde mit Mitteln des Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Technologie unter der Vertragsnummer 05 7Do 55P gefördert.