Vorbereitung eines Experimentes zur Messung der $B_s^0\overline{B_s^0}$–Mischung bei HERA–B

Diplomarbeit im Studiengang Physik

vorgelegt von
Julia Thom
aus Bonn

Universität Hamburg
1996

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

Für Experimente mit B–Mesonen ist zur Zeit ein neuer Detektor, HERA–B, am Protonenstrahl des Speicherrings HERA am Deutschen–Elektronen–Synchroton in Hamburg im Bau. Durch Proton–Nukleon–Stöße werden in diesem Experiment b–Quark–Paare erzeugt. HERA–B bietet die Möglichkeit, mit verschiedenen Messungen interessante Fragen des der Elementarteilchenphysik zugrundeliegenden Modells zu beantworten. Diese Arbeit ist eine vorbereitende Studie zu einem dieser Experimente, der Messung der $B_s^0\overline{B_s^0}$–Mischung.
B_s^0–Mesonen können sich, wie z. B. auch K-Mesonen, durch Ankopplung geladener schwacher Ströme in ihr Antiteilchen verwandeln. Die Stärke der Teilchen–Antiteilchen–Mischung gibt dabei Aufschluß über noch unbekannte Größen der schwachen Wechselwirkung. In dieser Arbeit wird untersucht, bis zu welchen Mischungsstärken der HERA–B–Detektor den Mischungseffekt messen kann. Da dies stark davon abhängt, wie gut man den Zerfallspunkt des B_s^0-Mesons rekonstruieren kann, wurden Monte–Carlo–Studien zur Bestimmung der Ortsauflösung des HERA–B–Vertexdetektors für den Zerfall von B_s^0–Mesonen gemacht. Es ergab sich, daß eine Verbesserung der Ortsauflösung um einen Faktor zwei eine Messung der Mischungsstärke im ganzen vom Standardmodell erlaubten Bereich ermöglichen würde. Daher wird auch kurz über Überlegungen zur Neukonzipierung des Vertexdetektors berichtet.
Außerdem beschäftigt sich diese Arbeit mit der Magnetfeldvermessung des HERA–B–Spektrometermagneten, dessen Funktion es ist, die in den Proton–Nukleon–Stößen entstehenden Teilchen nach ihrem Impuls zu trennen. Die Magnetfeldvermessung wurde im März 1996 mit Hilfe einer Magnetmeßmaschine mit Hallsonden durchgeführt. Hier wird insbesondere über die Kalibration der Magnetmeßmaschine berichtet, die notwendig war, um die geforderte Genauigkeit zu erreichen. Schließlich werden die Ergebnisse der Kalibration und der Magnetfeldvermessung vorgestellt.

2 Die Theorie

In diesem Kapitel soll kurz erläutert werden, wie die CKM–Matrix bei der Diagonalisierung der Massenmatrizen entsteht. Danach wird das Phänomen der Mischung in neutralen Mesonen behandelt und dabei auf die Mischungsamplituden eingegangen. Es soll gezeigt werden, auf welche Weise die CKM–Matrix und die Mischungsamplitude zusammenhängen und warum man mit ihr Matrixelemente bestimmen kann. In diesem Zusammenhang wird auch ein CP–verletzender Zerfall erwähnt, da dessen Messung ein Hauptziel von HERA–B darstellt

2.1 Die CKM-Matrix und das Unitaritätsdreieck

Das Standardmodell der elektroschwachen Wechselwirkung beinhaltet folgende Teilchen:
Fermionen:

Quarks:

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L, u_R, d_R, c_R...$$

Leptonen:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L, e_R, \mu_R, \tau_R$$

Eichbosonen:

$$\begin{pmatrix} W_\mu^1 \\ W_\mu^2 \\ W_\mu^3 \end{pmatrix}, \qquad B_\mu$$

Eine der wichtigsten Forderungen, die an eine Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung gestellt wird, ist die Renormalisierbarkeit. Sie läßt sich erfüllen, wenn man eine eichinvariante Theorie findet. Es zeigt sich, daß die $SU(2) \times U(1)$–Eichgruppe geeignet ist, die Eichinvarianz zu gewährleisten und zwar muß man in der Lagrangedichte für die Kopplung der Fermionen an die Eichbosonen, $\mathcal{L}(f, W, B)$, dazu folgende Ersetzung vornehmen[1]:

$$\partial_\mu \to D_\mu = \partial_\mu - ig_2 \left(W_\mu \cdot \frac{\sigma}{2} \right) - ig_1 \frac{Y}{2} B_\mu \tag{1}$$

wobei die Größen folgende Bedeutungen haben:

g_1, g_2 :	Kopplungskonstanten
$\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$:	Pauli – Matrizen
Y :	Operator der schwachen Hyperladung

Damit ergibt sich für $\mathcal{L}(f, W, B)$ (hier sollen nur Quarks betrachtet werden):

$$\mathcal{L}(f, W, B) = \sum_{j=1}^{3} \{ \overline{q}_L^j D_\mu \gamma^\mu q_L^j \} + \sum_{j=1}^{6} \overline{q}_R^j D'_\mu \gamma^\mu q_R^j \tag{2}$$

mit D_μ wie oben und $D'_\mu = \partial_\mu - ig_1 \frac{Y}{2} B_\mu$.
j ist der Quarkfamilien–Index:

$$q_L^1 = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \quad q_R^1 = u_R, \; q_R^2 = d_R, ...$$

Diese Lagrangedichte beschreibt jedoch nur masselose Teilchen, während die beobachteten Teilchen massiv sind.
Eine Möglichkeit, Massen so zu generieren, daß die Eichinvarianz von $\mathcal{L}$ erhalten bleibt, ist der sogenannte Higgs–Mechanismus. Anschaulich führt man darin ein Hintergrundfeld Φ mit den Higgsteilchen als Feldquanten ein, welches die Reichweite der schwachen Wechselwirkung abschirmt und den Fermionen und Eichbosonen dadurch eine effektive Masse verleiht [2].
Die Lagrangefunktion erweitert sich dann zu:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}(f, W, B) + \mathcal{L}(f, \Phi) + \mathcal{L}(W, B, \Phi) + \mathcal{L}(\Phi) \tag{3}$$

Der 2. und 3. Summand beschreibt die Ankopplung der Fermionen und Eichbosonen an das Higgsfeld, und der letzte Term beinhaltet die Selbstwechselwirkung des Higgsfeldes. In diesem Term wird die Masse der Higgsteilchen selbst generiert:
der einfachste Ansatz für die Bewegung eines durch ein Potential gebundenes Teilchen der Masse μ ist gegeben durch:

$$\mathcal{L}(\Phi) = \frac{1}{2}(\partial_\mu \Phi)(\partial^\mu \Phi) - V(\Phi) \quad \text{mit} \quad \mathrm{V}(\Phi) = -\mu^2\ (\Phi^\dagger \Phi)\ +\ \lambda\ (\Phi^\dagger \Phi)^2 \tag{4}$$

Dazu wird ein skalares Feld benötigt. Die Eichinvarianz von $\mathcal{L}(\Phi)$ bleibt erhalten, wenn Φ ein SU(2)–Dublett ist [3]:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi^+ \\ \Phi^0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \Phi^\dagger = (\Phi^- \ \overline{\Phi^0}) \tag{5}$$

mit

$$\Phi^+ = \frac{(\Phi_1 + i\Phi_2)}{\sqrt{2}}$$
$$\Phi^0 = \frac{(\Phi_3 + i\Phi_4)}{\sqrt{2}}$$

Man rechnet aus, daß das Higgspotential $V(\Phi)$ sein Minimum bei

$$\Phi^\dagger \Phi = \frac{1}{2}(\Phi_1^2 + \Phi_2^2 + \Phi_3^2 + \Phi_4^2) = \frac{\mu^2}{2\lambda} \tag{6}$$

besitzt. Durch den Wert von $\Phi^\dagger\Phi$ ist jedoch nur ein Betrag festgelegt, und $\mathcal{L}$ ist invariant unter Rotationen im Φ–Raum (oder O(4)–invariant), denn keine Richtung ist ausgezeichnet. Es gibt unendlich viele Möglichkeiten, die Gleichung 6 zu erfüllen. Dies bedeutet, daß der Vakuumzustand entartet ist. Die Auszeichnung einer einzigen Richtung würde diese O(4)–Invarianz zerstören und eine "spontane Symmetriebrechung" erzeugen. Wenn man diese Symmetriebrechung durchführt, kann man z. B. die Komponenten von Φ so wählen:

$$\langle\, 0|\Phi_i|0\,\rangle = 0 \quad i = 1, 2, 4$$
$$\langle\, 0|\Phi_3|0\,\rangle \equiv v = \sqrt{\tfrac{\mu^2}{\lambda}}.$$

An dieser Stelle wird die Variable $H(x) = \Phi_3(x) - v$ mit $\langle\, 0|H|0\, \rangle$ eingeführt, und durch Einsetzen in Gl.5 erhält man dann

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix}. \tag{7}$$

Am Beispiel von $\mathcal{L}(f,\Phi)$, also dem für die Kopplung von Fermionen an das Higgsteilchen verantwortlichen Term der Lagrangedichte ("Yukawa–Term"), soll nun der Mechanismus der Massengenerierung erläutert werden (hier werden nur die Quarks betrachtet):
allgemein lautet der Lagrangeterm [3]:

$$\mathcal{L}(f,\Phi) = -h\ [(\overline{\Psi}_L\Phi)\Psi_R + \overline{\Psi}_R(\Phi^\dagger\Psi_L)] \tag{8}$$

mit der Kopplungsstärke h.
Setzt man nun Gl.7 für das Feld Φ ein, so erhält man (siehe Anhang):

$$\mathcal{L}(f,\Phi) = -\sum_{j,k=1}^{3}\Big((m_{jk})_U\ \overline{u}_L^j\ \ u_R^k\ +\ (m_{jk})_D\ \overline{d}_L^j\ d_R^k\Big)\left(1+\frac{H(x)}{v}\right)\ +\ h.c. \tag{9}$$

mit

$$(m_{jk})_U = (-h_q)_{jk}\cdot\frac{v}{\sqrt{2}} \quad \text{und} \quad (\mathrm{m_{jk}})_\mathrm{D} = (-\mathrm{h}'_\mathrm{q})_\mathrm{jk}\cdot\frac{\mathrm{v}}{\sqrt{2}}. \tag{10}$$

$(m_{jk})_U$ und $(m_{jk})_D$ sind unitäre 3×3–Quarkmassen–Matritzen für die Quarks der Typen u und d. Sie brauchen nicht diagonal zu sein. Ihre Einträge sind unbestimmt, weil weder die Kopplungsstärken h_q und h_q' noch die Größe v (also Masse und Kopplungsstärke des Higgs–Bosons) bekannt ist. Diese Matrizen können jedoch durch unitäre Transformation in reelle, diagonale Matrizen verwandelt werden. Diese unitäre Transformation bewirkt also folgendes:

$$V_L^{up}\ m_U\ V_R^{up\dagger} \equiv (m_{diag})_U \ \ \text{und}\ \ \mathrm{V_L^{down}}\ \mathrm{m_D}\ \mathrm{V_R^{down\dagger}} \equiv (\mathrm{m_{diag}})_\mathrm{D}, \tag{11}$$

und damit ergibt sich[1]

$$\mathcal{L}(f,\Phi) = -\left(1+\frac{H(x)}{v}\right)\sum_{j=1}^{6} m_{q_i}\ q_i\overline{q}_i \tag{12}$$

mit

$$q_1 = \frac{1}{2}(u_L^{1^{Phy}} + u_R^{1^{Phy}}) \ \ \text{und}\ \ \mathrm{u_L^{i^{Phy}}} = (\mathrm{V_L^{up}u_L})^\mathrm{i}. \tag{13}$$

Dieser Teil der Lagrangefunktion enthält mit $\sum_{j=1}^{6} m_{q_i}\ q_i\overline{q}_i$ einen massegebenden Term. $\frac{H(x)}{v}\sum_{j=1}^{6} m_{q_i}\ q_i\overline{q}_i$ gibt die Stärke der Kopplung des Higgs–Feldes an die Fermionen an.
Durch die Diagonalisierung von $(m_{jk})_U$ und $(m_{jk})_D$ entstehen also physikalische

Quarkzustände, die aber nicht mehr Eigenzustände der schwachen Wechselwirkung sind. Die Einträge der Massenmatrix sind unbestimmt, da die Kopplungskonstanten an das Higgsfeld beliebig wählbar sind.
Wenn man diese Transformationen auch in die anderen Lagrangeterme einsetzt, ergibt sich für den geladenen schwachen Strom[1]:

$$J^{CC} = \frac{e}{\sqrt{2}sin(\Theta_W)} \sum_{i=1}^{3} \overline{u}_L^i V_L^{up\dagger} V_L^{up}\ \gamma^\mu\ W_\mu^+\ V_L^{down\dagger} V_L^{down}\ d_L^i + h.c. \tag{14}$$

$$= \frac{e}{\sqrt{2}sin(\Theta_W)} \sum_{i=1}^{3} (\overline{u}_L^{Phy})^i \gamma^\mu W_\mu^+ (V_L^{up} V_L^{down\dagger})_{ij} (d_L^{Phy})^j + h.c., \tag{15}$$

und mit

$$V_L^{up} V_L^{down\dagger} \equiv V_{CKM} \tag{16}$$

erhält man schließlich

$$J^{CC} = \frac{e}{\sqrt{2}sin(\Theta_W)} (\overline{u}, \overline{c}, \overline{t})_L \gamma_\mu V_{CKM} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}_L . \tag{17}$$

Man erhält man also durch die Transformation in die Massen–Eigenzustände im geladenen schwachen Strom zusätzlich eine unitäre 3×3–Matrix. Ebenso wie die Massen nicht vorhersagbar sind, sind auch die Elemente der Matrix V_{CKM} unbestimmt, können aber durch Beobachtung der Stärke der Übergänge zwischen den Quarks experimentell bestimmt werden.
Man bezeichnet V_{CKM} als die Cabibbo–Kobajashi–Maskawa–Matrix (CKM–Matrix)[4][5] mit

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} .$$

Im allgemeinsten Fall hat die Matrix $2N^2$ Parameter, hier neun reelle Elemente (Amplituden) und neun Phasen. Diese Zahl kann jedoch reduziert werden:
aus der Eigenschaft der Unitarität kann man mit

$$V_{CKM} V_{CKM}^\dagger = V_{CKM}^\dagger V_{CKM} = \mathbf{1} \tag{18}$$

neun Amplituden entfernen. Da außerdem die Quarkphasen willkürlich gewählt und nicht beobachtbar sind, ist es möglich, durch Umdefinition fünf von ihnen zu eliminieren. Es bleiben also vier freie Parameter[6]. Eine Rotation im dreidimensionalen Raum ist durch drei Winkel eindeutig festgelegt. Daher ist es leicht einzusehen, daß man drei reelle Amplituden und nur eine komplexe Phase benötigt, um die Matrix zu parametrisieren.
In der Wolfenstein–Parametrisierung [7] z. B. werden die Matrixelemente durch

die reellen Parameter λ, A, ρ und die imaginäre Phase η ausgedrückt. Die CKM-Matrix kann dann näherungsweise als

$$\begin{pmatrix} 1-\frac{\lambda^2}{2} & \lambda & \lambda^3 A(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1-\frac{\lambda^2}{2} & \lambda^2 A \\ \lambda^3 A(1-\rho-i\eta) & -\lambda^2 A & 1 \end{pmatrix}$$

geschrieben werden.
A ist aus b $\rightarrow$ c–Übergängen auf 0.810$\pm$0.058 festgelegt [8] und

$$\lambda = \sin \Theta_{Cabibbo} = 0.2205 \pm 0.0018 \tag{19}$$

ist aus Hyperon–Zerfällen und dem Zerfall K $\rightarrow$ π e ν bestimmt[9].
Aus der Kenntnis von $\left|\frac{V_{ub}}{V_{cb}}\right| = 0.080 \pm 0.016$ [10] folgt, daß

$$\sqrt{\rho^2+\eta^2} = 0.363 \pm 0.073 \tag{20}$$

gilt.
Bisher ist die genaue Festlegung von ρ und η nicht möglich. Aus experimentellen Daten sind nur die Einschränkungen [1]

$$0.02 \leq \eta \leq 0.52 \quad \text{und} \quad -0.35 \leq \rho \leq 0.35 \tag{21}$$

bekannt. Eine Anpassungsrechnung an experimentelle und theoretische Daten ergibt die wahrscheinlichsten Werte füer ρ und η:

$$(\rho, \eta) \;=\; (0.05, 0.36). \tag{22}$$

Eine Veranschaulichung dieser Zusammenhänge ist das "Unitaritätsdreieck"aus Abb.1, in dem die drei Winkel direkt mit ρ und η zusammenhängen. Die Unitaritätsbedingung

$$\sum_j V_{ij} V^\star_{kj} = \delta_{ik} \tag{23}$$

führt z.B. zu folgender Relation:

$$V_{ud}V^\star_{ub} + V_{cd}V^\star_{cb} + V_{td}V^\star_{tb} = 0 \ , \tag{24}$$

was in der Näherung $V_{ud} = 1 - \frac{\lambda^2}{2} \simeq 1$ umgeformt werden kann zu

$$\frac{V^\star_{ub}}{\lambda V_{cb}} + \frac{V_{td}}{\lambda V_{cb}} = 1. \tag{25}$$

Man erhält eine Dreiecksrelation in der komplexen Ebene, wobei die Grundseite des Dreiecks auf 1 normiert wurde. Wegen

$$\frac{V^\star_{ub}}{\lambda V_{cb}} = \frac{V^\star_{ub}}{A\lambda^3} = \rho + i\eta \tag{26}$$

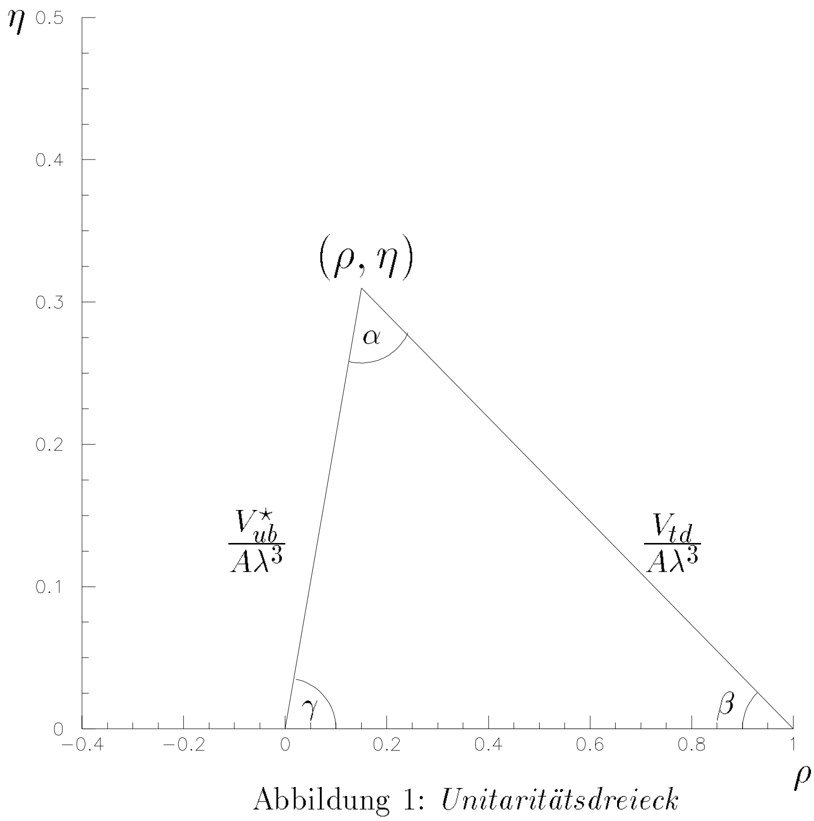

Abbildung 1: *Unitaritätsdreieck*

und

$$\frac{V_{td}}{\lambda V_{cb}} = \frac{V_{td}}{A\lambda^3} = 1 - \rho - i\eta \tag{27}$$

kann man die Winkel α, β und γ leicht in Abhängigkeit von den Parametern ρ und η schreiben:

$$\sin\beta = \frac{\eta}{\sqrt{(1-\rho)^2+\eta^2}} \qquad \cos\beta = \frac{1-\rho}{\sqrt{(1-\rho)^2+\eta^2}}$$

$$\sin\gamma = \frac{\eta}{\sqrt{\eta^2+\rho^2}} \qquad \cos\gamma = \frac{\rho}{\sqrt{\eta^2+\rho^2}}$$

$$\sin\alpha = \sin\beta\,\cos\gamma + \cos\beta\,\sin\gamma.$$

Man sieht, daß die Messung zweier Größen des Dreiecks, etwa eines Winkels und einer Seitenlänge, zur Bestimmung von ρ und η ausreichen würde. Dies gilt natürlich nur in dem Fall, daß das Standardmodell die Natur richtig beschreibt, daß insbesondere die CKM–Matrix unitär ist. Eine Messung von mehr als zwei Größen kann also als Test für die Gültigkeit des Standardmodells benutzt werden.

Im nächsten Abschnitt soll gezeigt werden, daß sich durch die Messung der Mischungsamplitude des B_s^0–Mesons die Seitenlänge $\frac{V_{td}}{A\lambda^3}$ des Unitaritätsdreiecks bestimmen läßt.

2.2 Mischung von Mesonen und die Mischungsamplitude

Bei neutralen Mesonen mit einem Quark–Antiquark–Paar kann der geladene schwache Strom einen Übergang des Mesons in sein Antiteilchen verursachen. Dargestellt wird dieser Effekt im Quarkbild durch die Boxdiagramme in Abbildung 2. Im folgenden soll nun zunächst der Mischungsformalismus und der Mi-

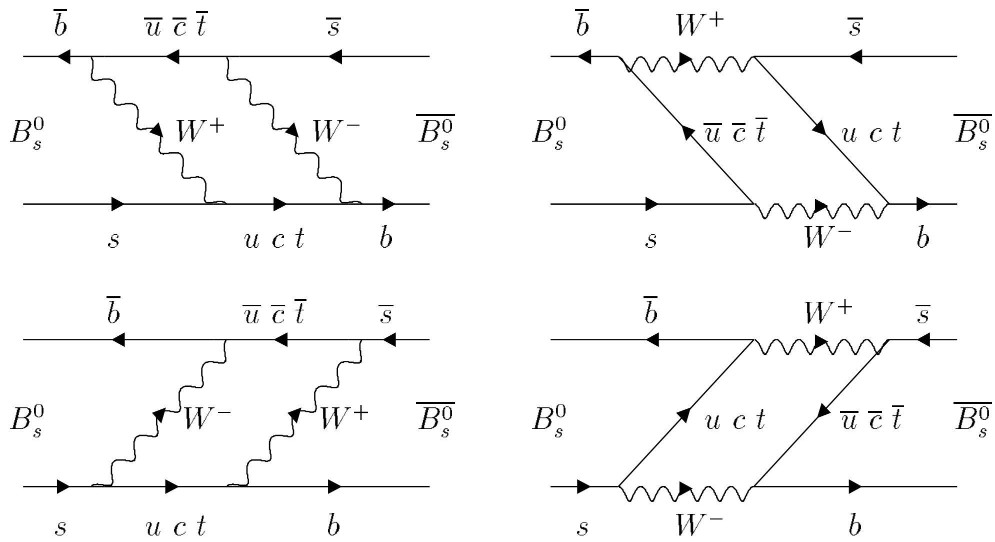

Abbildung 2: *Vier mögliche Boxdiagramme für die $B_s^0\overline{B_s^0}$–Mischung*

schungsparameter eingeführt und dann die Oszillationsamplitude des B_s^0 aus dem Boxdiagramm abgeschätzt werden.
Die Flavour-Eigenzustände B_s^0 und $\overline{B_s^0}$ sind keine Eigenzustände der schwachen Wechselwirkung. Ebenso wie im K–System, in dem die kurz– und langlebigen Kaonen K_S und K_L einführt werden, um durch ihre Linearkombinationen K^0 und $\overline{K^0}$ darzustellen, geht man auch hier vor.
Im Gegensatz zum K–System haben B_S und B_L eine sehr ähnliche Lebensdauer [11]. Während im K–System der Zerfall in zwei Pionen hauptsächlich dem K_S offensteht und daher wegen des größeren Phasenraumvolumens dieses Zerfalls $\Gamma_S \gg \Gamma_L$ gilt, sind die möglichen Zerfälle im B–System fast vollständig für B_S und B_L zugänglich, und es gilt daher $\Gamma_S \approx \Gamma_L$. Aus diesem Grund wählt man die Bezeichnungen B_1 und B_2 für die beiden schwachen Eigenzustände. Indem

man die CP-verletzenden Effekte hier vernachlässigt, kann man die schwachen Eigenzustände einführen mit:

$$\begin{aligned} CP \mid B_1 \rangle &= +1 \mid B_1 \rangle \\ CP \mid B_2 \rangle &= -1 \mid B_2 \rangle \,. \end{aligned}$$

B_s^0 und $\overline{B_s^0}$ werden dann folgendermaßen durch B_1 und B_2 dargestellt:

$$|B_s^0 \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|B_1 \rangle + |B_2 \rangle) \tag{28}$$

$$|\overline{B_s^0} \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|B_1 \rangle - |B_2 \rangle) \tag{29}$$

Die zeitliche Entwicklung des B_1 und B_2 ist gegeben durch:

$$|B_i(t) \rangle \equiv a_i(t) = a_i(0)\ exp\ (-im_i t - \Gamma \frac{t}{2}\ ) \,, \quad \text{wobei} \;\; \mathrm{i} = 1, 2. \tag{30}$$

In dieser Schreibweise gilt $a_i(0) \equiv |B_i(0) \rangle$.
B_1 und B_2 haben unterschiedliche Massen m_1 und m_2, und ihre gemeinsame Zerfallsbreite sei Γ.
Liegt bei t=0 ein reiner B_s^0-Zustand vor, erhält man für die Normierungsfaktoren:

$$a_1(0) = a_2(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}. \tag{31}$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichten dafür, nach der Zeit t einen B_s^0-Zustand zu erhalten, ergibt sich dann aus:

$$P^{unmix}(t) = \frac{1}{2} \mid a_1(t) + a_2(t) \mid^2 = \frac{1}{2}\ exp\ (-\Gamma t)\ \ [1 + \cos(\Delta m t)\ ] \,, \tag{32}$$

wobei Gl. 30 eingesetzt worden ist.
Entsprechend berechnet man die Wahrscheinlichkeitsdichte, einen reinen B_s^0–Zustand als $\overline{B_s^0}$–Meson zerfallen zu sehen aus

$$P^{mix}(t) = \frac{1}{2} \mid a_1(t) - a_2(t) \mid^2 = \frac{1}{2}\ exp\ (-\Gamma t)\ \ [1 - \cos(\Delta m t)\ ] \,. \tag{33}$$

Während das B^0–Meson zerfällt, oszilliert es also zwischen einem B^0 und einem $\overline{B}^0$ mit der Frequenz Δm hin und her.
Die charakteristische Zeiteinheit für den Zerfall ist die Lebensdauer, deshalb benutzt man $\tau = \Gamma$t als Zeitvariable.
Damit man die Oszillation überhaupt beobachten kann, darf das System nicht zu schnell zerfallen: eine aufschlußreiche Größe für die Oszillationsfrequenz ist daher

$$x = \frac{\Delta m}{\Gamma}, \tag{34}$$

der sogenannte Mischungsparameter. Für das B_s^0–System wird der Mischungsparameter mit x_s und für das B_d^0–System entsprechend mit x_d bezeichnet.
Setzt man x und τ in die Formeln für die Wahrscheinlichkeitsdichten ein, so ergibt sich:

$$P^{mix}(\tau) = \frac{1}{2} e^{-\tau} \ [1 - \cos(x\tau)\ ] \quad \text{und} \tag{35}$$

$$P^{unmix}(\tau) = \frac{1}{2} e^{-\tau} \ [1 + \cos(x\tau)\ ]\,. \tag{36}$$

Das Oszillationsverhalten ist in Abb.3 gezeigt. Die exaktesten Messungen für die Oszillationsfrequenzen sind durch zeitabhängige Messungen zu erreichen. Ist der Mischungsparameter sehr klein, so erhält man auch mit einer zeitintegrierten Messung, also durch Messung der Raten, einen Effekt. Dies ist folgendermaßen zu verstehen:
Es ist

$$P_{int}^{mix}(\tau) = \frac{1}{2} \int_0^\infty e^{-\tau} \ [\ 1 - \cos(x_s\tau)\ ]\ d\tau \ = \ \frac{1}{2}\ \frac{x^2}{\Gamma\,(1+x^2)}. \tag{37}$$

Man kann den Quotienten der Übergangswahrscheinlichkeiten durch die Anzahl der gemischt und ungemischt zerfallenen Teilchen messen [12]:

$$\frac{N_{\overline{B^0}}}{N_{B^0}} = \frac{P_{int}^{mix}(\tau)}{P_{int}^{unmix}(\tau)} = \ \frac{x^2}{2+x^2} \tag{38}$$

und erhält damit den Wert des Mischungsparameters. Für große Werte von x, wie sie für das x_s zu erwarten sind, ist diese Methode nicht empfindlich. Stattdessen muß bestimmt werden, nach welcher Zeit das B_s^0–Meson zerfallen ist, was hohe Anforderungen an die Auflösung des Zerfallsvertex stellt.
Bisher wurde die Massendifferenz zwischen den CP–Eigenzuständen B_1 und B_2 und der Mischungsparameter eingeführt. Die Massendifferenz soll nun aus den Boxdiagrammen (siehe Abb.2) berechnet werden.
Die Amplitude $\mathcal{M}$ des Überganges $\overline{b}s \to \overline{s}b$ hat die Form

$$\mathcal{M} = -g^4\ |V_{tb}V_{ts}^\star|^2\ m_t^2\ \frac{i\pi^2}{M_W^4}\ A(\frac{m_t^2}{M_W^2}), \tag{39}$$

wenn man den Austausch eines top–Quarks wegen der quadratisch eingehenden Masse als dominant ansieht. g ist die Kopplungskonstante der schwachen Wechselwirkung, m_t die Masse des top–Quarks, M_W die Masse des $W^\pm$–Bosons und A eine langsam abfallende Funktion

$$A(x) = [1 - \frac{3}{4}\frac{x+x^2}{(1-x)^2} - \frac{3}{2}\frac{x^2}{(1-x)^2}\ lnx] \tag{40}$$

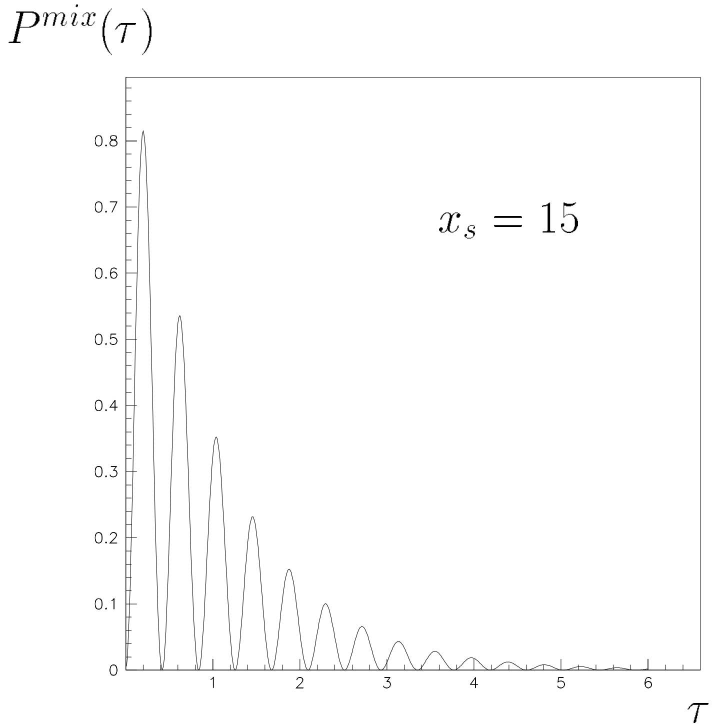

Abbildung 3: *Wahrscheinlichkeitsdichte für ein gemischtes B_s–Meson als Funktion der Zeit in Einheiten der Lebensdauer*

mit $A(0) = 1$ und $\mathrm{A}(1) = \frac{3}{4}$, die sich aus dem Integral über den Impulsraum ergibt. Aus der Übergangsamplitude berechnet man mit

$$\frac{g^2}{2M_W^2} = \frac{4G_F}{\sqrt{2}} \qquad G_F : \text{Fermikonstante} \tag{41}$$

den Hamiltonoperator einer 4–Quark–Wechselwirkung:

$$H_{\text{eff}} = \frac{G_F^2}{2\pi^2} \; |V_{tb}V_{ts}^\star|^2 \; m_t^2 \; A\left(\frac{m_t^2}{M_W^2}\right) \; (\overline{s}_L \gamma_\mu b_L)(\overline{s}_L \gamma^\mu b_L). \tag{42}$$

Die Oszillationsamplitude Δm ergibt sich dann aus

$$\Delta m = \frac{1}{m_{B_s}} \langle \, B_s^0 | H_{\text{eff}} | \overline{B_s^0} \, \rangle \,, \tag{43}$$

wobei der Faktor m_{B_s} eine relativistisch invariante Normierung erzeugt.
Durch die Berechnung des Ausdrucks (siehe Anhang) erhält man schließlich, falls man nur den Austausch des top–Quarks berücksichtigt (dies ist sinnvoll, da die Quarkmassen quadratisch eingehen):

$$\Delta m_s = \frac{G_F^2}{3\pi^2} f_{B_s}^2 B_{B_s} m_{B_s} \eta_{QCD} |V_{tb}V_{ts}^\star|^2 \; A\left(\frac{m_t^2}{M_W^2}\right) \; m_t^2 \tag{44}$$

mit

$$\begin{array}{ll} f_{B_s} & : \text{Zerfallskonstante des } \mathrm{B_s} - \text{Mesons} \\ B_{B_s} & : \text{"Bagparameter" des } \mathrm{B_s} - \text{Mesons}^1 \\ \eta_{QCD} & : \text{Korrekturterme der Quantenchromodynamik.} \end{array}$$

Ein Vergleich mit den Amplituden der B^0– oder K–Mischung ergibt, daß sich die Oszillationsamplituden hauptsächlich durch die CKM–Matrixelemente unterscheiden.
Mit der Abschätzung [3]

$$V_{CKM} \simeq \begin{pmatrix} 1 & \lambda & \lambda^3 \\ -\lambda & 1 & \lambda^2 \\ \lambda^3 & -\lambda^2 & 1 \end{pmatrix}$$

ergibt sich

$$\begin{aligned} \Delta m(B_s) &\propto m_t^2 |V_{tb} V_{ts}^{\star}|^2 \simeq (\lambda^2 m_t)^2 \\ \Delta m(B_d) &\propto m_t^2 |V_{tb} V_{td}^{\star}|^2 \simeq (\lambda^3 m_t)^2 \\ \Delta m(K^0) &\propto m_c^2 |V_{cs} V_{cd}^{\star}|^2 \simeq (\lambda m_c)^2. \end{aligned} \tag{45}$$

Diese Näherung erlaubt nur eine grobe Abschätzung der Größenverhältnisse. Für das B_s^0 ist also die bei weitem höchste Mischungsfrequenz zu erwarten. Bisher ist bekannt, daß $14 \leq x_s \leq 26.1$ [8][10]. Der bevorzugte Wert liegt bei $x_s \cong 20$ [8], was sich aus der bereits erwähnten besten Anpassungsrechnung an die zur Verfügung stehenden Daten ergibt. Der Mischungsparameter des B_d^0–Systems ist mit $x_d = 0.73 \pm 0.05$ [10] bekannt.

Es ist also möglich, CKM–Matrixelemente über den Mischungsparameter zu messen. Eine elegante Art, theoretische Unsicherheiten zu umgehen, ergibt sich, wenn man den Quotienten

$$\frac{x_s}{x_d} = C \left| \frac{V_{ts}}{V_{td}} \right|^2, \tag{46}$$

bildet. Die Konstante C setzt sich dann zusammen aus

$$C = \frac{f_{B_s}^2 B_{B_s}}{f_{B_d}^2 B_{B_s}} \cdot \frac{m_{B_s}}{m_{B_d}} \cdot \frac{\Gamma_{B_d}}{\Gamma_{B_s}}, \tag{47}$$

in der sich die QCD–Korrekturterme und andere theoretische Unsicherheiten wegheben. So ist z. B. [13]

$$\frac{f_{B_s}^2 B_{B_s}}{f_{B_d}^2 B_{B_s}} = 1.15 \pm 0.05 \tag{48}$$

sehr viel besser bekannt als die einzelnen Quotienten.

[1] Der Bagparameter ergibt sich aus der Berechnung der hadronischen Matrixelemente

Benutzt man noch $V_{ts} = -V_{cb} = \lambda^2 A$, so kann die Bestimmung des Quotienten $\frac{x_s}{x_d}$ auch als Messung derjenigen Seitenlänge L im Unitaritätsdreieck veranschaulicht werden, die mit der auf eins normierten Seite den Winkel β einschließt:

$$\frac{x_s}{x_d} \simeq C \left|\frac{1}{\lambda L}\right|^2, \quad \text{wenn} \quad L = \left|\frac{V_{td}}{\lambda V_{cb}}\right|. \tag{49}$$

Man sieht, daß sich mit der Messung des Mischungsparameters des B_s–Systems und mit der Kenntnis des Mischungsparameters des B_d–Systems eine Seitenlänge des Unitaritätsdreiecks bestimmen läßt, da λ und C gut bekannt sind.
Wie in diesem Abschnitt beschrieben, ist die Messung dieser Seitenlänge ein wichtiger Schritt hin zur Bestimmung der unbekannten Parameter ρ und η. Zusammen mit einem der Winkel könnte die Größe der CP–Verletzung wesentlich besser bestimmt werden als bisher.
Die Bestimmung des Winkels β bildet ein Hauptziel des HERA–B–Projektes. Im nächsten Abschnitt wird kurz erläutert, wie dieser Winkel bestimmt werden soll. Eine ausführliche Beschreibung ist in [6] zu finden.

2.3 Der Winkel β

Hauptsächlich soll bei HERA–B der Kanal

$$\begin{aligned} B &\to J/\Psi\ K_s^0 \\ J/\Psi &\to e^+e^- \ \text{ oder } \mu^+\mu^- \\ K_s^0 &\to \pi^+\pi^- \end{aligned}$$

untersucht werden, denn bei diesem Zerfall tragen keine zusätzlichen "Pinguin"–Amplituden bei, was bei anderen Zerfällen, z. B. bei dem Zerfall $B^0 \to \pi^+\pi^-$, die Berechnung der Winkel des Unitaritätsdreiecks erschwert. Außerdem erlaubt die besonders saubere Signatur effektive Schnitte.
$J/\Psi\ K_s^0$ ist ein CP-Eigenzustand, also liegt CP-Verletzung vor, wenn das B^0 und das $\overline{B^0}$ nicht zu gleichen Teilen in $J/\Psi\ K_s^0$ zerfallen. Gemessen werden kann diese Asymmetrie über die Größe

$$A_{int} = \frac{N - \overline{N}}{N + \overline{N}}, \tag{50}$$

wobei N und $\overline{N}$ die über die Zeit integrierten Anzahlen der als B_0 oder $\overline{B_0}$ entstandenen Teilchen sind.
Der Zerfall des B^0 kann entweder direkt oder erst nach einer Verwandlung in sein Antiteilchen geschehen. Dabei koppelt, wie bereits im vorherigen Abschnitt für das B_s^0–System beschrieben, ein t–Quark an ein d–Quark an. Daher spielt bei der Berechnung von A_{int} der Term $V_{td}^{\star^2} - V_{td}^2$ eine entscheidende Rolle. Wegen

$$V_{td}^{\star^2} - V_{td}^2 = -4iRe(V_{td})Im(V_{td}) \propto sin(2\beta) \tag{51}$$

ergibt sich schließlich für die Asymmetrie A_{int}:

$$A_{int} = \frac{x}{1+x^2}\sin(2\beta), \qquad (52)$$

wenn man die Gleichungen 26 und 27 sowie die Beziehungen zwischen den Winkeln des Unitaritätsdreiecks und den Parametern ρ und η einsetzt.
Damit gibt A_{int} direkten Aufschluß über den Winkel β.

Mit den Messungen des Winkels β und des Mischungsparameters x_s wurden in diesem Kapitel zwei Ziele des HERA–B–Projektes erläutert.
Das nächste Kapitel beschäftigt sich mit dem HERA–B–Detektor.

3 Der Detektor des HERA–B–Experimentes

Das HERA–B–Experiment ist ein Fixed–Target–Experiment am Deutschen–Elektronen–Synchroton in Hamburg. Es wird mit Protonen des HERA–Beschleunigerrings in der Halle West betrieben. HERA ist ein Doppelspeicherring, bei dem Protonen mit Elektronen (oder Positronen) zur Kollision gebracht werden können. HERA–B benutzt nur den Protonstrahl zu Experimenten mit B–Mesonen. Die B–Mesonen werden durch inelastische pN–Reaktionen an einem feststehendem Target erzeugt.
Die Schwierigkeit bei HERA–B ist, daß es die relativ wenigen Signalzerfälle in der Fülle der Wechselwirkungen zu erkennen gilt. Auch werden durch den großen Teilchenfluß hohe Anforderungen an die Strahlungshärte der Detektorteile und an die Spurrekonstruktion gestellt.
Bei einer HERA–Proton–Energie von 820 GeV entsteht nur in etwa einer von 10^6 Wechselwirkungen ein B–Mesonen–Paar, also unter Berücksichtigung der Verzweigungsverhältnisse des hauptsächlich untersuchten Kanals $B^0 \rightarrow J/\Psi\ K_s^0$ nur ein Signal unter $3 \cdot 10^{10}$ Wechselwirkungen. Mit diesem Zerfall wird $\sin(2\beta)$ und damit die CP–verletzende Phase gemessen. Der Detektor muß, um diesen Kanal zu messen, speziell Leptonen, Pionen und Kaonen gut erkennen können.
Der Detektor ist in Abb.4 gezeigt. Die z–Achse entspricht der Richtung der Protonen, die y–Achse weist in die Höhe und die x–Achse dann entsprechend aus der Papierebene hinaus.
Aufgrund der Akzeptanz des Detektors und der Schnitte, die angewendet werden müssen, beläuft sich die Zahl der zu untersuchenden Primärwechselwirkungen auf $3 \cdot 10^{11}$ pro Signalzerfall. Will man mit diesem Zerfall $\sin(2\beta)$ in einem Jahr auf 10% genau bestimmen, so müssen $3 \cdot 10^7$ Ereignisse pro Sekunde aufgenommen werden. Daraus folgt, daß bei einer Frequenz der Protonenpakete von 10 MHz etwa vier Reaktionen gleichzeitig stattfinden müssen.
Der Protonenstrahl wird durch ein Aluminium–Rohr der Dicke 0.5 mm durch den Detektor geleitet. Es hat eine konische Form mit einem Öffnungswinkel von 7 mrad. Auch der Elektronenstrahl muß durch den Detektor geführt werden. Im Magneten wird er durch eine spezielle Kompensationsspule abgeschirmt.

3.1 Das Target

Bei HERA–B werden zwei sogenannte Halo–Targets mit jeweils vier Drähten benutzt, die an den Strahl herangefahren werden, bis die gewünschte Wechselwirkungsrate von etwa 40 MHz erreicht ist. Mit diesem Verfahren werden nur die dem Strahl verlorengehenden Protonen benutzt und die anderen Experimente am HERA–Ring somit nicht gestört.
Die einzelnen Detektorteile des an das Target anschließenden Spektrometers lassen sich grob in die zwei Gruppen der Detektorteile zur Spurrekonstruktion und derjenigen zur Teilchenerkennung einteilen. Es folgt eine kurze Beschreibung der

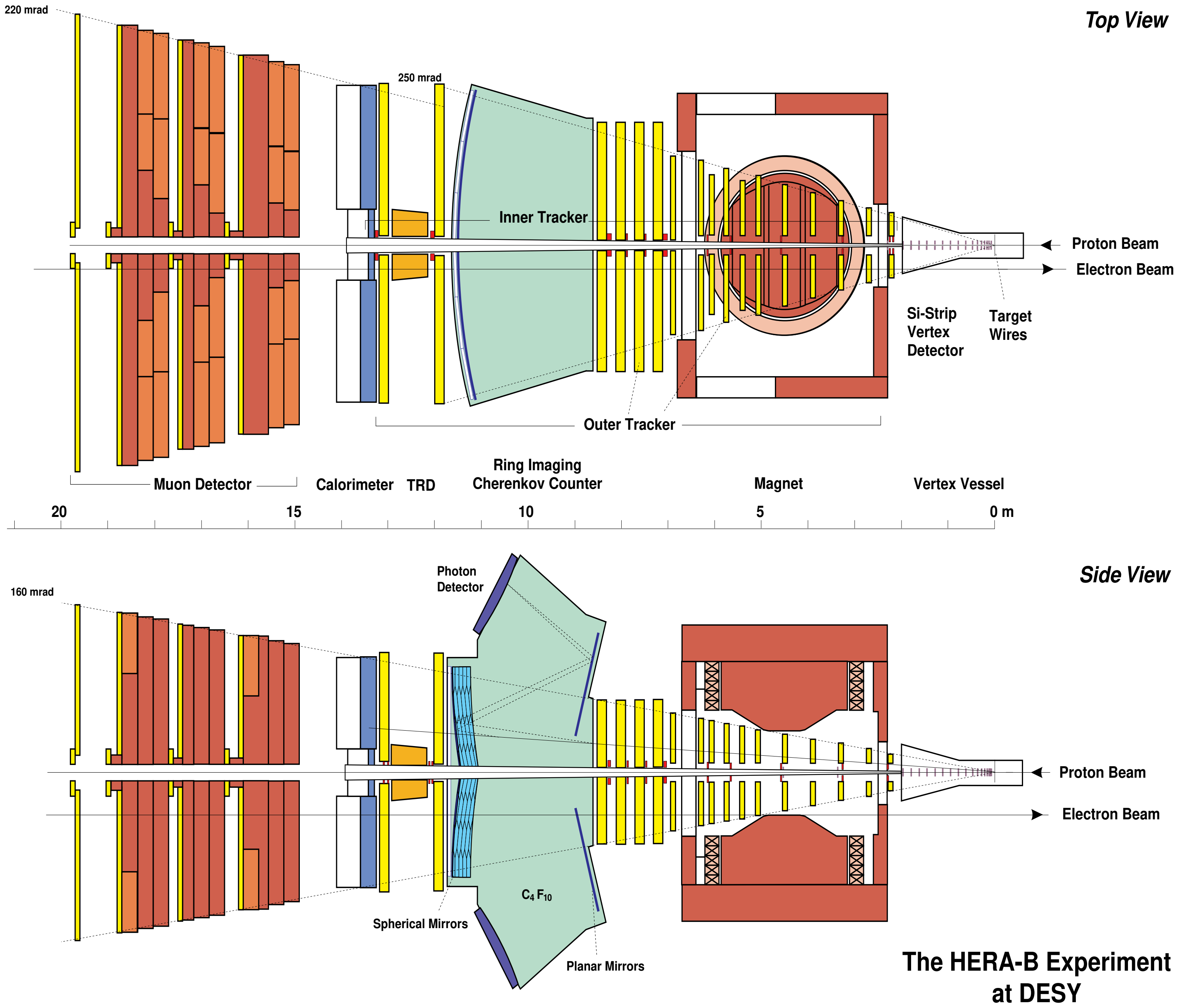

Abbildung 4: *Der Detektor des HERA–B–Experimentes*

Detektorteile, Details sind der Tabelle zu entnehmen.

3.2 Spurrekonstuktion

Das Spurkammersystem erstreckt sich bis 13 m hinter dem Target. Generell gilt, daß mit größerer Spurdichte die Ortsauflösung feiner sein muß, um die Teilchenspuren rekonstruieren zu können. Da die Spurdichte mit dem Abstand r vom Strahl und dem Abstand z vom Target abnimmt, kann auch die Ortsauflösung der Spurdetektoren mit z und r reduziert werden. Aus diesem Grund werden im Bereich $z \leq 2.2$ m Siliziumzähler, für größere z im inneren ($r \leq 25$ cm) Mikrostreifen–Gasdetektoren und für größere r spezielle Driftröhren benutzt. Alle drei Zähler basieren darauf, daß geladene Teilchen beim Durchgang Elektronen freisetzen, die dann auf geradlinigen leitenden Streifen gesammelt und an dessen Ende als Ladungspuls ausgelesen werden. Allen Zählern ist außerdem gemeinsam, daß jeweils drei gegeneinander gedrehte Module zu einer Zählerlage zusammengefaßt sind, um den Durchgangsort der Spur in x– und y–Richtung bestimmen zu können.
Das Spurkammersystem unterteilt sich in drei Abschnitte:

Der Vertexdetektor besteht aus Siliziumzählern. Dies sind Halbleiterzähler, bei denen man zum Teilchennachweis den Übergang zwischen einem p– und n–Halbleiter benutzt. Bei HERA–B werden doppelseitige Streifenzähler verwendet. Die Streifen sind rechtwinklig zueinander angebracht, da somit zwei Koordinaten des nachzuweisenden Teilchens festliegen. Der Vertexdetektor besteht aus sieben Lagen, wobei eine Lage jeweils aus vier rechteckigen Siliziumzählern zusammengesetzt ist. Die vier Siliziumzähler befinden sich in Aluminiumtaschen im Strahlrohr und reichen bis auf 1 cm an den Strahl heran ("Roman–Pot–Konstruktion").
Im in Abschnitt 5.5.2 wird mit Monte–Carlo–Studien die Ortsauflösung des Detektors für B_s^0–Mesonen untersucht. Außerdem wird dort die Strahlenbelastbarkeit und Vielfachstreuung, die die Ortsauflösung begrenzen, erläutert.

Das innere Spurkammersystem: geplant ist der Einsatz von Mikrostreifen–Gasdetektoren ("MSGC"). Bei den MSGC handelt es sich prinzipiell um Vieldrahtproportionalkammern, deren Dimensionen etwa um einen Faktor 10 reduziert sind. Ihr Vorteil ist, daß sie wegen der kurzen Driftwege hohe Raten verarbeiten können, eine große Strahlenhärte und bessere Ortsauflösung besitzen. Die Kathoden– und Anodendrähte sind als nahe beieinanderliegende Streifen auf einem dünnen Substrat aufgedampft. Die MSGC–Module fügen sich zu 11 Lagen zusammen, ähnlich wie beim Silizium.

Das äußere Spurkammersystem wird mit Honeycomb–Zählern[1] aufgebaut. Dies sind prinzipiell Driftröhren. Man nutzt bei Driftröhren die Tatsache

[1] "Honigwaben"–Zähler wegen ihrer Form genannt

aus, daß die Driftzeit mit dem Durchgangsort der Teilchen zusammenhängt.

Zur Impulsbestimmung werden die Spuren durch ein Magnetfeld gekrümmt. Das nächste Kapitel dieser Arbeit beschäftigt sich mit der Feldvermessung des HERA–B–Magneten.

Vertexdetektor	Vertexauflösung für $B \to J/\Psi K_0$: $\sigma_z \approx 600\mu m$ $\sigma_{x,y} \approx 25\mu m$
π/K–Trennung mit dem RICH	Impulsbereich ≈ 3 bis ≈ 50 GeV $\pi \to K$ Fehlidentifikation $\leq 2\%$ bei $\approx 90\% K -$ Effizienz
e/Hadron–Trennung mit dem TRD	Impulsbereich ≈ 1 bis ≈ 70 GeV $h \to e$ Fehlidentifikation $\leq 7\%$ bei $\approx 98\%$ $e -$ Effizienz
Elektromagnetisches Kalorimeter	Energieauflösung : $\Delta E/E \approx 17\%/\sqrt{E} \oplus 1.6\%$ (innen) $\Delta E/E \approx 9.5\%/\sqrt{E} \oplus 1.0\%$ (außen) Positionsauflösung : $\Delta x, y \approx 1.2mm$ (innen) $\Delta x, y \approx 4mm$ (Mitte) $\Delta x, y \approx 10mm$ (außen)
e/Hadron–Trennung (Kalorimeter)	Impulsbereich ≈ 5 bis ≈ 20 GeV $h \to e$ Fehlidentifikation $\approx 3\%$ für Impulse über 20 GeV : 1%
Myon–Identifikation	Impulsbereich ≥ 5 GeV $\pi \to \mu$ Fehlidentifikation $\leq 0.3\%$ $K \to \mu$ Fehlidentifikation $\leq 1\%$ bei 30 GeV

3.3 Teilchenidentifikation

3.3.1 Der RICH

Die Hauptaufgabe des RICH (Ring–Image–Čerenkov–Counter) ist es, die zur Identifizierung der B^0 und $\overline{B^0}$ nötigen Kaonen zu erkennen und sie insbesondere von Pionen zu unterscheiden. Der RICH befindet sich in z–Richtung 8.5m bis 11.7m hinter dem Target.
Das Čerenkovlicht der nachzuweisenden Teilchen wird im Radiatorgas abgestrahlt und durch einen sphärischen Spiegel abgebildet. Wenn die Teilchenbahn gradlinig ist und durch den Krümmungsmittelpunkt des Spiegels extrapoliert werden kann, erhält man in der Fokalebene einen Kreis als Bild. Wegen des begrenzten Raum-

es müssen ebene Spiegel zur Reflexion des Lichtes eingebaut werden. Indem der sphärische Spiegel in zwei Hälften aufgeteilt und nach oben und unten gekippt wird, kann der Photondetektor direkt über und unter diesen Spiegeln aufgebaut werden. Der Photondetektor besteht aus Photoelektronenvervielfachern.
Für den Abstrahlwinkel des Čerenkovlichtes gilt der Zusammenhang $\cos\Theta = \frac{1}{n\beta}$, daher bilden Pionen und Kaonen mit gleichem Impuls Kreise verschiedener Radien.

3.3.2 Der Übergangsstrahlungsdetektor TRD

Der Übergangsstrahleungsdetektor TRD befindet sich im Abstand von 12m bis 13m vom Target. Bei dem TRD wird die Tatsache ausgenutzt, daß geladene Teilchen Photonen emittieren, wenn sie einen Übergang zwischen Medien mit unterschiedlichen dielektrischen Eigenschaften passieren. Die durch das Übergangsstrahlungsphoton abgestrahlte Energie steigt mit dem Lorentzfaktor des Teilchens an. Deshalb ist es möglich, auch bei hohen Energien Elektronen von Pionen zu trennen.
Um die Anzahl der Photonen zu erhöhen, wird in jeder Detektorelle eine periodische Anordnung von Folien eingesetzt. Die erzeugten Röntgenquanten werden im Zählgas von Proportionalzählern absorbiert und nachgewiesen.

3.3.3 Das Elektromagnetische Kalorimeter

Das Elektromagnetische Kalorimeter befindet sich 13.25 m bis 14 m vom Target entfernt und dient zur Energiemessung und zur Trennung von Elektronen und Hadronen. Die Trennung beruht auf der unterschiedlichen Schauerentwicklung von Elektronen und Hadronen.
Um die Teilchenschauer untersuchen zu können, läßt man die Teilchen alternierende Schichten von Szintillatorplatten und Absorbermaterial durchlaufen ("Schaschlikkalorimeter"). Die Szintillatorplatten setzen sich aus verschieden vielen Szintillatorzellen zusammen, je nachdem, ob sie innen oder außen liegen, so daß die Granularität entsprechend der Besetzungsdichte nach außen hin abnimmt.

3.3.4 Die Myonkammern

Die Myonkammern befinden sich 15 m bis 20 m hinter dem Target. Man kann Myonen von Elektronen, Pionen, Kaonen und Protonen durch ihr Durchdringungsvermögen unterscheiden. Bei Teilchen, die die Myonkammern trotz der großen Materialdichte des Spektrometers erreichen, kann es sich vorwiegend nur um Myonen handeln. Die Myonkammern bestehen aus vier Lagen von Detektoren mit jeweils einer Schicht von Absorbermaterial davor.
Die Detektoren bestehen innen aus Gaspixelkammern, weiter außen schließen sich dann Drahtkammerröhren an. In den ersten beiden Lagen sind die Schichten in

Stereowinkeln angeordnet, die letzten beiden Schichten schließen keine Winkel mehr ein.

3.4 Der Trigger

Um interessante Ereignisse in der Fülle der Wechselwirkungen zu erkennen, wird ein sogenannter Trigger benutzt. Er wählt in mehreren Entscheidungsstufen Ereignisse nach bestimmten Kriterien aus und läßt nur diese speichern. Der Vorgang der Ereigniswahl des J/Ψ–Triggers, der Leptonpaare entgegengesetzter Ladung aussucht, ist der folgende [17]:
eine Vorstufe des Triggers sucht Ereigniskandidaten für Leptonpaare aus dem Elektromagnetischen Kalorimeter und aus den Myonkammern und initiiert den in der ersten Triggerstufe durchgeführten Prozeß der Spursuche in bestimmten Spurkammern hinter dem Magneten. In der zweiten Triggerstufe werden die Daten aus den Spurkammern im Magneten und aus dem Vertexdetektor hinzugezogen, um die Spurrekonstruktion zu vervollständigen. Außerdem liefert der TRD zusätzliche Informationen zur Elektron–Hadron–Trennung und Daten aus dem Kalorimeter und den Myonkammern für die Analyse der Lepton–Kandidaten kommen hinzu. Weitere zwei Triggerstufen verbessern die Spurrekonstruktion und die so ausgewählten Ereignisse werden schließlich auf Magnetbändern gespeichert. Bei HERA–B können verschiedene Trigger verwendet werden[16], neben dem J/Ψ–Trigger können auch Trigger für andere Leptonpaare, Hadronen hohen Transversalimpulses und Hadronenpaare benutzt werden.

4 Die Magnetfeldvermessung bei HERA–B

4.1 Der HERA–B–Magnet

Der HERA–B–Magnet dient der Impulsanalyse der zu untersuchenden Teilchen. Das Zentrum des Magneten befindet sich 4.5 m hinter dem Target. Bis zu diesem Punkt sind 85% der K_s^0–Mesonen zerfallen und können nachgewiesen werden. Die Apertur des Magneten beträgt 160 mrad vertikal und 250 mrad horizontal. Die Akzeptanz für die Zerfallsprodukte des $J/\Psi K_s^0$–Systems beträgt 50%.
Ziel der Impulsmessung ist es, eine Auflösung zu erreichen, die es erlaubt, in der rekonstruierten Masse eines B–Mesons ein fehlendes oder hinzugefügtes (neutrales) Pion zu erkennen. Außerdem müssen B_d– von B_s–Mesonen unterschieden werden können. Zusammen erfordern diese beiden Bedingungen eine Massenauflösung von mindestens $\Delta m \simeq 25$ MeV, was durch eine Impulsauflösung von $\Delta p/p \simeq 2 \cdot 10^{-4}$p/GeV zu erreichen ist. Es zeigt sich, daß diese Anforderungen für Feldintegrale ab 2 Tm erfüllt werden. Mit zunehmenden Feldintegral werden Teilchen mit geringen Impulsen so stark abgelenkt, daß sie das Detektorvolumen verlassen und nicht mehr nachgewiesen werden können. Diese Akzeptanzgrenze beschränkt das Feldintegral auf maximal 3.5 Tm.
Ein supraleitender Magnet kann dieses Feldintegral leicht erreichen; aus Zeit– und Kostengründen wurde jedoch ein normalleitender Magnet mit geringerem Feldintegral vorgezogen und so entworfen, daß die vorhandenen Magnetspulen des ARGUS–Experimentes verwendet werden konnten. Abb.5 zeigt den Magneten. Die zwei Spulen des HERA–B–Dipolmagneten bestehen aus je fünf Spulen des ARGUS–Experimentes und werden mit einem Strom von I = 4275A betrieben. Die Polschuhe und das Rückflußjoch bestehen aus magnetischem Eisen, sie sollen das Feld zwischen den Polen maximieren und gleichzeitig das Streufeld minimieren. Die spezielle Form der Polschuhe ist durch die Anforderungen der Feldkompensation für den HERA–Elektronstrahl, der durch den Magnet geführt werden muß, bestimmt. Das Feldintegral des HERA–B–Magneten beträgt 2.126 Tm.
Bei diesem Feldintegral ergibt sich eine Massenauflösung von $\Delta m \simeq 8$ MeV, die den oben erwähnten Anforderungen genügt.
Die Impulsauflösung ist hauptsächlich durch die Vielfachstreuung und die endliche Auflösung im Spurkammersystem bestimmt [14]:

$$\text{inneres Spurkammersystem:} \quad \frac{\Delta p}{p} = 2 \cdot 10^{-5} p \oplus 4 \cdot 10^{-3} \tag{53}$$

$$\text{äußeres Spurkammersystem:} \quad \frac{\Delta p}{p} = 5 \cdot 10^{-5} p \oplus 5 \cdot 10^{-3}, \tag{54}$$

wobei der erste Fehler durch die Ortsauflösung der Spurkammern und der zweite durch die Vielfachstreuung im Detektor erzeugt wird. Diese Fehler müssen quadratisch aufaddiert werden. Ein weiterer Fehler ergibt sich aus der Messung des

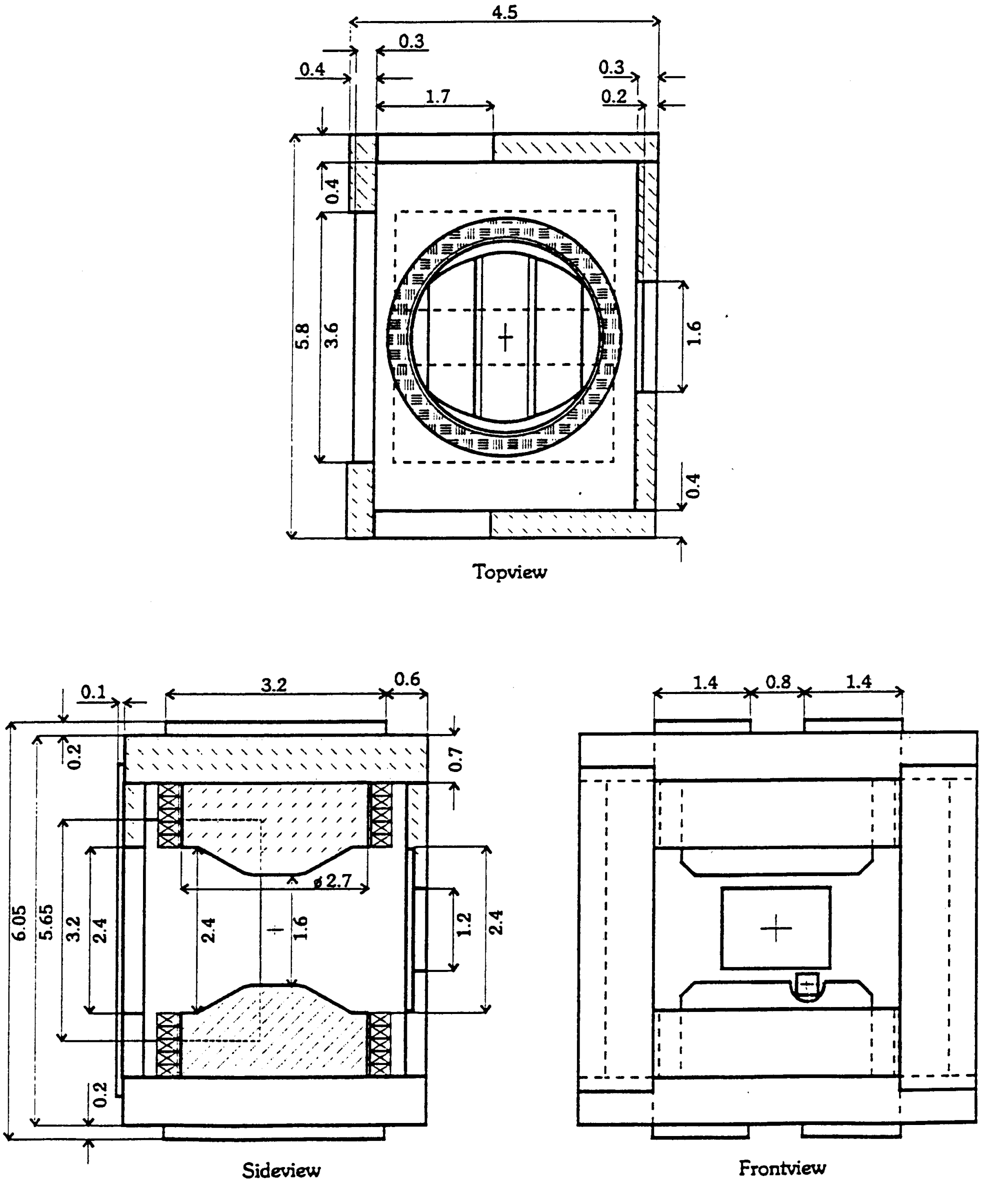

Abbildung 5: *Der Dipolmagnet des HERA–B–Experimentes, Maße in m*

Feldes. Dies soll im folgenden erklärt werden.
Zur Impulsmessung ist es notwendig, den genauen Feldverlauf entlang der Teilchenbahn zu kennen, daher wurde die Magnetfeldvermessung durchgeführt.
Um die Anforderungen an die Genauigkeit der Feldvermessung zu bestimmen, wurde der im MAFIA–Programm [18] (Maxwell's equation using the finite integration algorithm) simulierte Feldverlauf des HERA–B–Magneten zur Hilfe genommen. Die x– y– und z–Koordinaten im Magneten wurden dann verschmiert und die Teilchenspuren mit den neuen Feldwerten rekonstruiert. Damit wurde der Fehler in der Impulsmessung durch die Ungenauigkeit der Magnetfeldmessung bestimmt. Der Fehler der Messung kann vernachlässigt werde, wenn die Genauigkeit der Koordinaten

- z–Position : $\pm 1mm$

- x– und y–Position : $\pm 2mm$

beträgt. Außerdem wurde berechnet, welchen Abstand die Meßpunkte haben mußten, um das Feld noch gut bestimmen zu können. Dazu wurde untersucht, welchen Einfluß die Abstände der Stützstellen auf die Parametrisierung des Feldes hatten. Das Ergebnis war, daß mit einem Abstand der Meßpunkte von 5cm$\times$5cm in x und y–Richtung und einem Abstand von 2.5cm $\times$ 2.5cm am Rand der Meßvolumina das Magnetfeld noch gut genug parametrisierbar war. Wiederum wurde mit der MAFIA–Feldsimulation und der Teilchenrekonstruktion wurde der Einfluß auf die Impulsbestimmung berechnet.
Aus dem Aufbauplan des Magneten und der Planung für die HERA Datennahmeperiode ergab sich, daß, damit im Jahr 1996 die ersten Tests der HERA–B Detektorkomponenten unter normalen Strahlbetrieb durchgeführt werden konnten, für die Feldvermessung ein Zeitraum von maximal 6 Wochen zur Verfügung stand. In dieser Zeit sollte bei dem nominalen Stromwert eine Feldkarte der geforderten Genauigkeit erstellt werden.

4.1.1 Die Magnetmeßmaschine

Im Rahmen des vorgegebenen Zeitplanes war eine Spezialanfertigung einer Magnetmeßmaschine nicht möglich. Daher mußte auf eine vorhandene Maschine zurückgegriffen werden. Folgende Maschinen standen zur Auswahl:

1. Die Maschine der Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI) in Darmstadt mit einem Meßvolumen von
   $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$= (1.0m, 1.0m, 2.7m).

2. Die von G.Röper, Universität Hamburg, entworfene Maschine („Röper–Maschine"), die für die Messung des Streufeldes des HERMES–Experiments benutzt wurde.
   Ihr Meßvolumen betrug $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$=(0.65m, 0.34m, 2.05m).

Eine detaillierte Beschreibung der Eigenschaften der einzelnen Maschinen ist in [19] zu finden.
Keine der Magnetmeßmaschinen kann das Meßvolumen des HERA–B–Magneten abdecken. Daher mußten mehrere Umbauten der Magnetmeßmaschine eingeplant werden, und wegen des knappen Zeitplanes mußten die Umbauzeiten sehr kurz sein. Die Erfahrung des HERMES–Experimentes, dessen zentrales Magnetfeld mit der GSI–Maschine vermessen worden war, zeigte, daß die Umbauzeiten wegen des komplizierten Ausrichtungsvorganges des Meßtisches aus Granit sehr lang sind. Aus diesem Grund fiel die Wahl auf die Röper–Maschine.
Die Röper–Maschine (Abb.6) besteht aus einem in der Höhe (y–Richtung) ver-

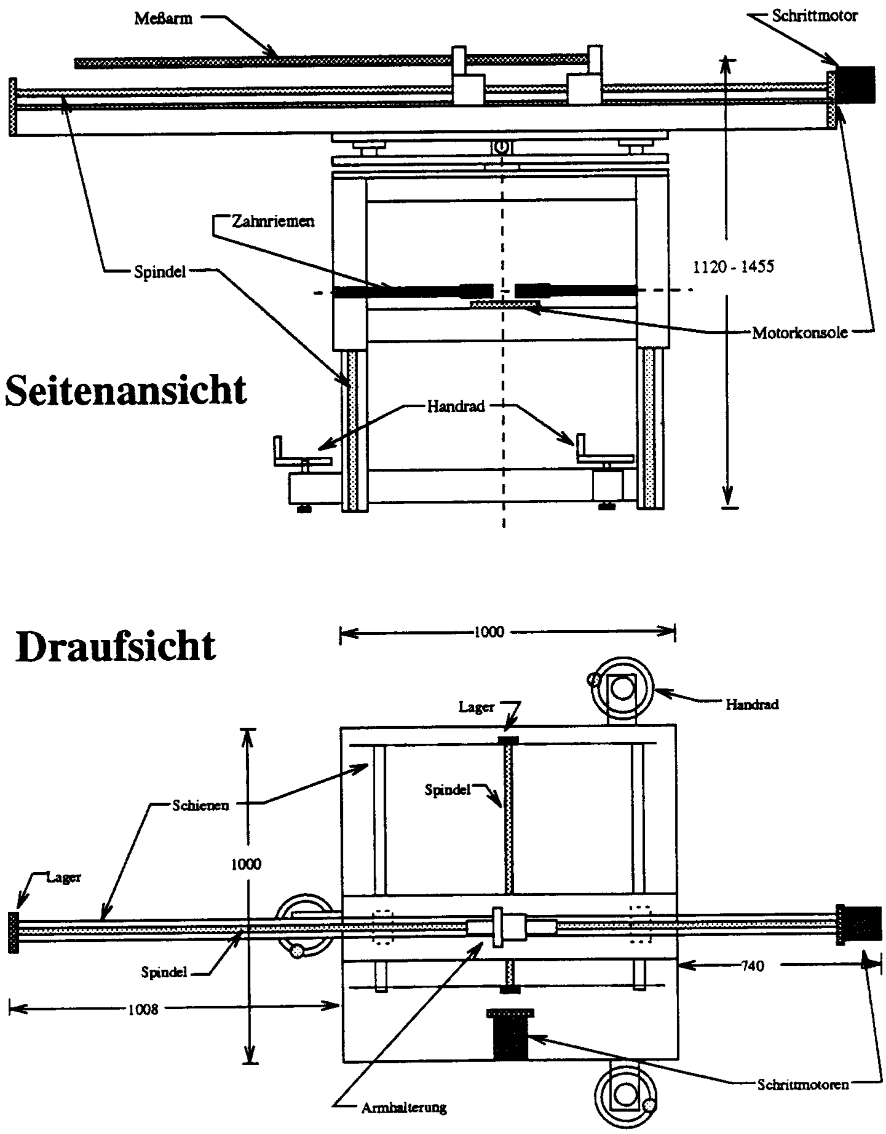

Abbildung 6: *Die Röper–Magnetmeßmaschine* [19], Maße in mm

fahrbaren Meßtisch und in der Horizontalen (senkrecht zur Strahlrichtung, x–Richtung) verfahrbaren Stahlarm. Auf ihm wird der Meßarm befestigt. Der Meßarm kann dann auf dem Stahlarm in Strahlrichtung (z–Richtung) verfahren werden.

- In y–Richtung wird der Meßtisch durch Gewindestangen in den vier Tischbeinen bewegt. Ihre Bewegungen werden durch einen Zahnriemen synchronisiert,
- in x–Richtung läuft der Stahlarm auf zwei parallelen Stahlschienen und wird durch eine zwischen ihnen angebrachte Gewindestange bewegt,

- in z–Richtung wird eine Halterung für den Meßarm mit einer Gewindestange verschoben. Die andere Halterung kann je nach benötigtem Fahrweg auf den maximalen Abstand eingestellt werden.

Für den Antrieb der Gewindestangen werden Schrittmotoren benutzt. Sie werden über ein Steuerprogramm auf einem PC kontrolliert.
Man kann darin verschiedene Geschwindigkeiten für die Bewegung einstellen. Auch die Form der Beschleunigung ist variabel. Sie kann linear, exponentiell oder sinusförmig gewählt werden.
Wenige Zentimeter vor den Enden der Meßwege befinden sich Endschalter, die die Maschine ausschalten und es so vermeiden, daß sie versehentlich an die mechanische Begrenzung gefahren und dort blockiert wird. Dadurch kann z. B. in der y–Richtung der Zahnriemen überspringen und ein Verziehen des Meßtisches bewirken.

4.1.2 Die Anpassung der Magnetmeßmaschine an die Erfordernisse von HERA–B

Abb.7 zeigt das Meßvolumen des HERA–B–Magneten in der x–y–Ebene, wobei die Kompensationsspule und die Polschuhe beim Verfahren des Meßarmes natürlich ausgeschlossen wurden. Die einzelnen Untereinheiten des Meßvolumens, die durch Umsetzen der Magnetmeßmaschine erreicht wurden, konnten in der Auswertung miteinander verbunden werden, da Überlappregionen zwischen den Meßvolumina eingeplant waren.

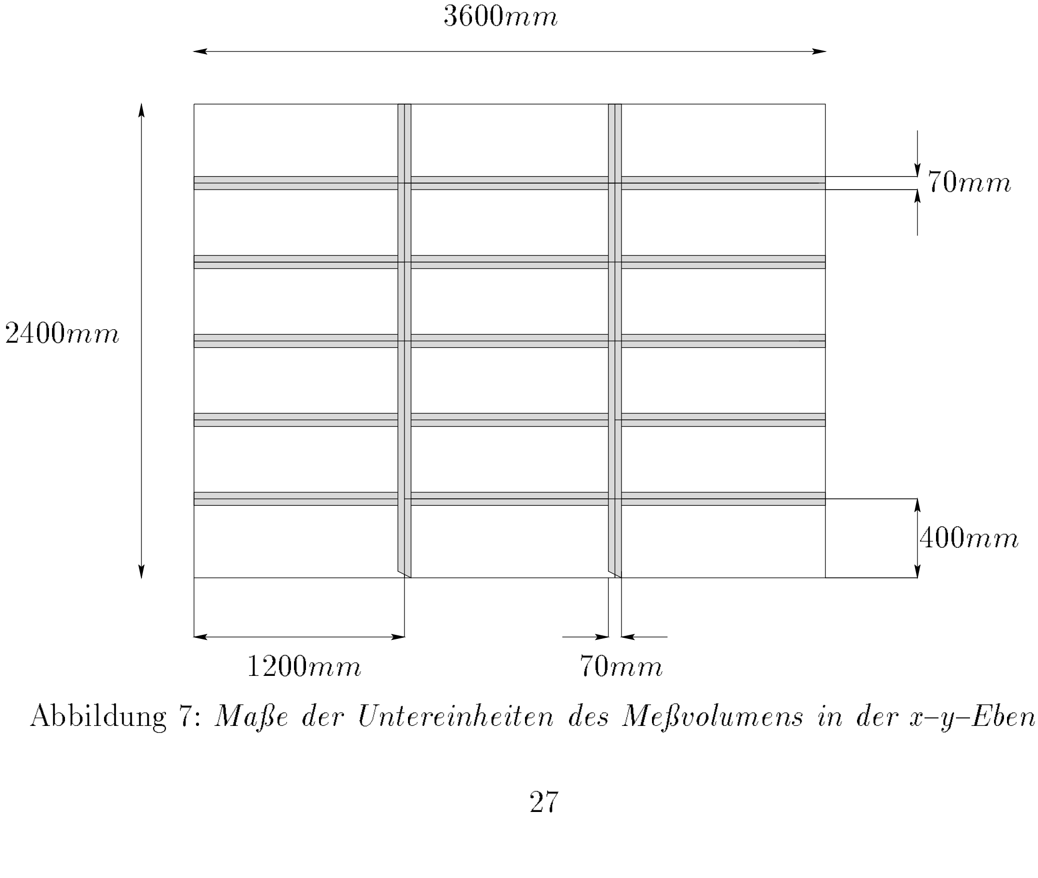

Abbildung 7: *Maße der Untereinheiten des Meßvolumens in der x–y–Ebene*

Die Meßpunkte in diesen Untereinheiten hatten die Abstände 5cm $\times$ 5cm und an den Rändern 2.5cm $\times$ 2.5cm, wie in Abschnitt 4.1 erklärt. Um die Anzahl der für die Feldvermessung notwendigen Umbauten der Magnetmeßmaschine zu minimieren, wurde eine Vergrößerung der Meßwege in x– und y–Richtung vorgenommen. Die Tischbeine wurden verlängert und neue Gewindestangen eingesetzt. Eine größere Aluminiumplatte mit längeren Fahrschienen und Gewindestangen vergrößerte den Laufweg in x–Richtung. Der Verfahrbereich betrug nach dem Umbau:

in x–Richtung : maximal 1.25 m,

in y–Richtung : maximal 0.48 m,

in z–Richtung : maximal 1.90 m.

Damit konnte die Anzahl der für die Magnetfeldvermessung nötigen Umbauten in der x– y–Ebene von 48 auf 18 reduziert werden.
Außerdem mußte mit einem sehr langen Meßarm gemessen werden, da die Magnetmeßmaschine selbst außerhalb des Magnetfeldes stehen sollte, um eine Beeinflussung des Feldes durch Stahlteile zu vermeiden. Um das Meßvolumen in z–Richtung mit einer maximalen Länge von 5.4 m mit dem 1.9 m langen Fahrweg zu bewältigen, wurden drei Sondenköpfe benutzt, die an drei verschiedenen Positionen auf dem Meßarm gleichzeitig das Feld aufnehmen sollten.
Aus Kostengründen und besonders auch wegen der Kabellast am Meßarm konnten nicht mehr Sondenköpfe verwendet werden.
Für die neun benötigten Hallsonden wurden vier Stück vom HERMES–Experiment zur Verfügung gestellt, wovon eine Sonde als Reserve diente. Sechs weitere Sonden derselben Firma[2] wurden gekauft, da das Auslesprogramm der Röper–Maschine auf Hallsonden dieser Art zugeschnitten war und gute Erfahrungen mit den Sonden gemacht worden waren.
Je drei von ihnen befanden sich in einem Sonden–Kopf in dafür vorgesehenen Vertiefungen. Darin hatten sie etwa rechte Winkel zueinander. Ihr Abstand betrug 1 cm, das entspricht derjenigen Entfernung, die der Meßarm bei der maximalen Geschwindigkeit während der Totzeit der Hallsonden zurücklegt. In diesem Abstand wurden beim Verfahren in z–Richtung die Feldwerte gemessen. Somit wurde erreicht, daß sich die Sonden dann immer an derselben Stelle befanden.
Die Sondenköpfe wurden an einer justierbaren Halterung angebracht und nach jedem Umbau des Meßarmes mit einem Nivelliergerät ausgerichtet. Vor der Magnetfeldvermessung wurden die 9 Hallsonden in den Sondenköpfen geeicht.
Die empfindlichen Sonden sind von den Herstellern zum Schutz in Keramikköpfe eingebettet. Ihr interner Winkel darin beträgt maximal $0.4°$. Der Winkel ist größer als die erlaubten Toleranzen von $\leq 10^{-3}$ bei der Ausrichtung der Sonden senkrecht zu den Feldkomponenten. Daher ist es notwendig, die gemessenen Felder im

[2] Group 3 Technology Ltd., New Zealand

nachhinein auf diesen Winkel zu korrigieren. Dies geschieht mit Hilfe der Maxwellgleichung

$$rot\ \vec{B} \ = \ 0. \tag{55}$$

Es bleiben vier externe Winkel, da nicht genau bekannt ist, welchen Winkel der Magnet und die Magnetmeßmaschine einschließen. Diese Winkel müssen mit Hilfe von Teilchenspuren korrigiert werden.

Das Meßvolumen (Abb.8) läßt sich in der x–y–Ebene in drei Bereiche eintei-

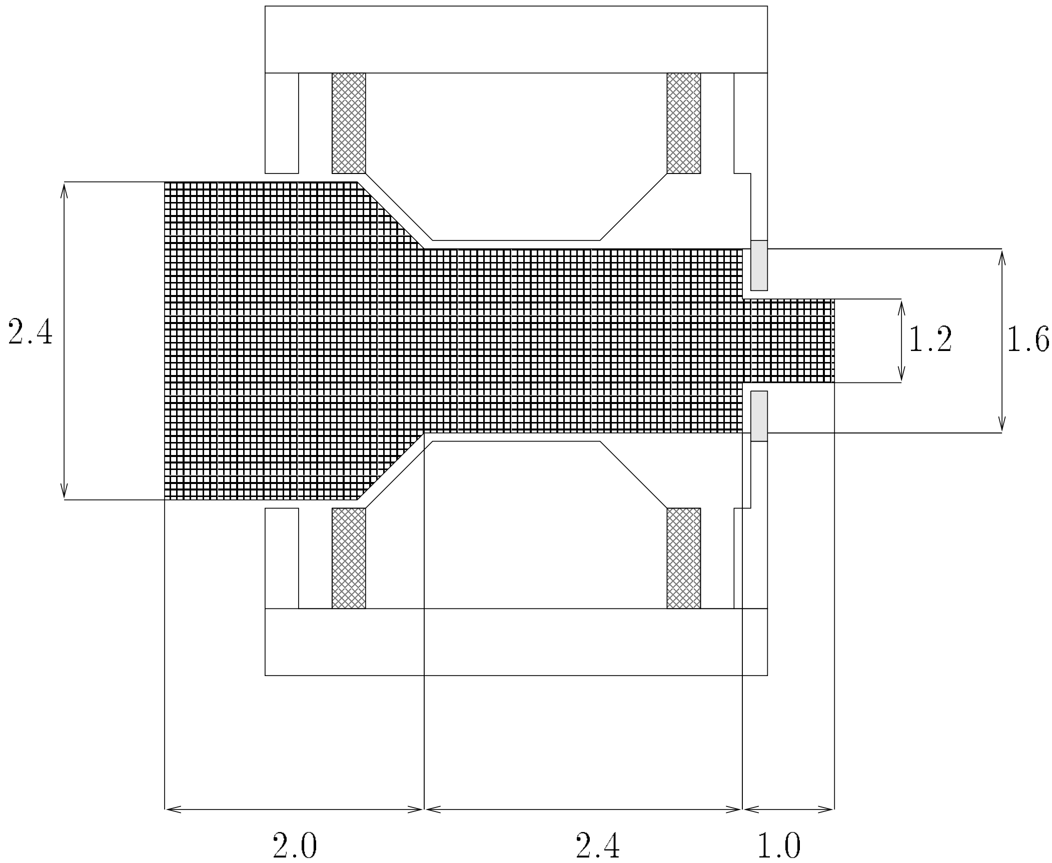

Abbildung 8: *Meßvolumen in der z–y–Ebene, die Maße sind in Metern angegeben*

len, die sich durch ihre Länge unterscheiden: den Bereich der Länge 2 m vor den Polschuhen, den Bereich auf halber Höhe des Magneten (der durch beide Flußfenster hindurchreicht) mit einer Länge von 5.4 m und den restlichen Bereich der Länge 4.4 m.
Diese Volumina bestimmten die drei Aufbauten des Meßarmes. Der 7 m lange

Arm reichte durch beide Flußfenster hindurch. Auf ihm hatten die Sondenköpfe den größtmöglichen Abstand von 1.85 m, so daß gleichzeitig noch ein Überlappbereich eingeschlossen war. Der kurze Meßarm war für die Messung des Feldes vor den Polen vorgesehen. Er trug drei Sondenköpfe im Abstand von 0.55 m.
Der mittlere Arm war 5 m lang und diente der Messung des 4.4 m langen Bereiches. Der Überlapp zwischen den Meßbereichen der Sonden konnte, da die maximale Ausnutzung des Meßweges nicht nötig war, größer als beim langen Meßarm gewählt werden. Der Abstand der Sondenköpfe betrug 1.55 m.
Mit diesem speziellen Aufbau der Magnetmeßmaschine waren verschiedene Besonderheiten zu berücksichtigen:
zum einen mußte ein möglichst stabiler Meßarm verwendet werden. Ein Maß für die Stabilität eines Rohres der Länge l ist seine Durchbiegung W[20]:

$$W = \frac{q\ l^4}{E\ I} \tag{56}$$

mit

q	: Streckenlast $\mathrm{q} = \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{l}}$
E	: Elastizitätsmodul
I	: Flächenträgheitsmoment $\mathrm{I} = \frac{\pi(\mathrm{r_a^4} - \mathrm{r_i^4})}{4}$
r_i, r_a	: Innerer und äußerer Radius.

Für die Durchbiegung gilt also:

$$W = \frac{mg\ l^3}{E(r_a^4 - r_i^4)} = \frac{\rho g}{E} \frac{\pi l^4 (r_a^2 - r_i^2)}{(r_a^4 - r_i^4)} \tag{57}$$

Es wurde daher versucht, ein leichtes Material mit großem Elastizitätsmodul zu finden. Für die Messung wurden Rohre aus kohlefaserverstärktem Kunststoff mit einem Radius von r_a=31.5 mm und der Wanddicke 2mm benutzt. Der Meßarm bestand aus drei Rohren verschiedener Längen, die mit Schellen verbunden waren, um ein Rohr mit abnehmendem Durchmesser zu approximieren(Abb.9). Der kürzeste Arm bestand aus einem einzelnen Rohr.

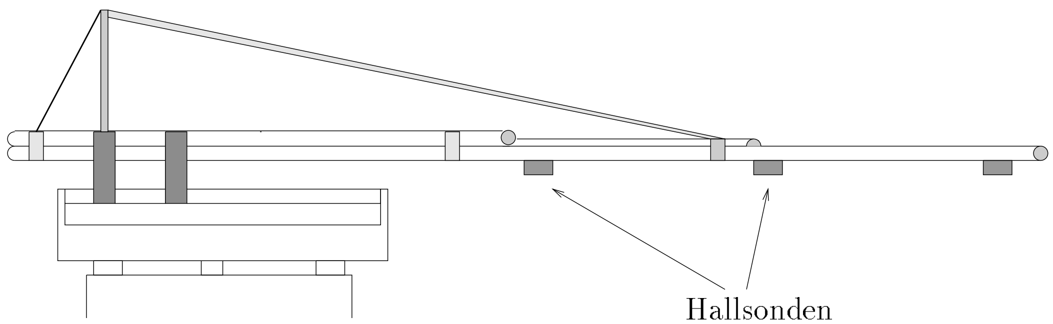

Abbildung 9: *Der Aufbau des Meßarmes*

Des weiteren wurde eine Vorrichtung zum Abstützen des Meßarmes angebracht, indem eine 70 cm lange Aluminium–Halterung auf dem ersten Lager befestigt wurde. Über diese Halterung lief an der dem Magneten abgewandten Seite ein spannbarer Stahldraht. Auf der anderen Seite wurde ein dünnes Aluminiumprofil (um das Magnetfeld nicht zu beeinflussen) verwendet und mit dem Meßarm verbunden, und zwar, bedingt durch die Form der Polschuhe, je nach Lage der Meßvolumina im Abstand von 5 m und 3 m vom ersten Lager.
Außerdem wurden, um Resonanzschwingungen zu vermeiden, Geschwindigkeit und Beschleunigung sowie Beschleunigungsform auf die einzelnen Längen des Meßarmes abgestimmt. Die Geschwindigkeiten betrugen je nach Armlänge 20 bis 30 $\frac{mm}{s}$. Nach jedem Verfahren in x– und y– Richtung wurde gewartet, bis die dabei entstandenen Schwingungen ausgeklungen waren.
Um den Fahrweg in z–Richtung zu maximieren, mußte der Abstand der beiden den Meßarm tragenden Lager sehr klein sein. Er wurde auf 45 cm eingestellt. Durch die Länge des Armes setzen sich dann kleine mechanische Fehler an den Lagern mit großer Wirkung an die Spitze des Meßarmes fort. Abb.10 illustriert die Hebelwirkung einer Anhebung des hinteren Lagers um 0.1 mm.

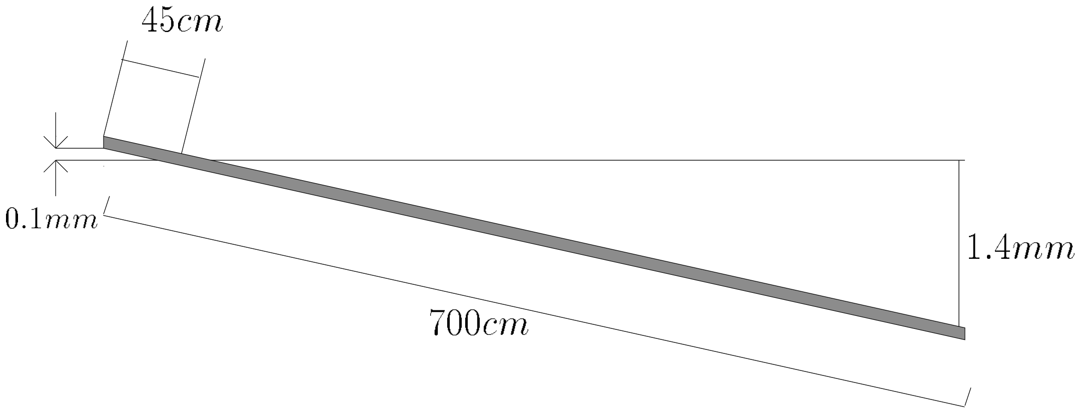

Abbildung 10: Hebelwirkung am Meßarm

Aus den bereits erläuterten Anforderungen an die Positionierungsgenauigkeit der Hallsonden wird deutlich, daß eine Kalibration der Magnetmeßmaschine notwendig war.
Die Kalibration soll in Abschnitt 4.2 erläutert werden.

4.1.3 Der Umsetzvorgang

Um die 18 Volumina in der x–y–Ebene mit der Magnetmeßmaschine vermessen zu können, waren verschiedene Aufbauten notwendig. Zum einen wurde ein Unterbau

angefertigt. Dabei handelt es sich um drei Aluminiumplatten, die von der Vermessungsgruppe des MEA präzise nebeneinander ausgerichtet wurden. Anschließend wurden die Fugen mit Beton ausgefüllt. Der Unterbau wurde auf Betonsteinen vor dem Magneten aufgebaut. Er wurde im Laufe der Feldvermessung in zwei Höhen benutzt.
Die Magnetmeßmaschine stand auf drei Auflagepunkten, wobei einer von ihnen durch ein Handrad in der Höhe verstellt werden konnte. Um die Maschine exakt positionieren zu können, wurden zwei der Auflagepunkte mit Paßstiften versehen. Auf allen drei Aluminiumplatten des Unterbaus befanden sich Vertiefungen für diese Paßstifte, und zwar jeweils ein Längsloch und ein Loch. Mit den drei Platten war es möglich, die Magnetmeßmaschine mit demselben Winkel zum Magneten in der x–Richtung umzusetzen.
Außerdem wurden zwei Aluminiumtische von der Höhe 0.4 m und 0.8 m angefertigt. Wie die Magnetmeßmaschine besaßen sie an der Unterseite Paßstifte, um sie auf dem Meßtisch exakt zu positionieren, und auf der oberen Seite Vertiefungen für die Paßstifte der Magnetmeßmaschine . Mit dem Unterbau in zwei Höhen und den zwei Aluminiumtischen konnten die 18 Positionen der Magnetmeßmaschine erreicht werden.
Das externe Koordinatensystem, auf das alle Bewegungen der Magnetmeßmaschine bezogen sind, wurde maschinenfest definiert. Dazu wurden vier Meßpunkte an den vier Tischbeinen festgelegt und mit zwei Theodolithen eingemessen, da von einem Standpunkt aus immer nur drei Meßpunkte sichtbar sind. Mit diesen vier Meßpunkten kann dann ein maschinenfestes Koordinatensystem definiert werden, wobei einer der Meßpunkte als Kontrollpunkt dient.
Nach jedem Umsetzvorgang der Magnetmeßmaschine wurden diese Punkte von zwei unveränderten Standpunkten in der Halle aus neu eingemessen.

4.2 Die Kalibration der Magnetmeßmaschine

4.2.1 Das Einmeßverfahren

Wie bereits in Abschnitt 4.1 erläutert, mußte mit der Magnetfeldvermessung folgende Genauigkeit erreicht werden:

- z–Position : $\pm 1mm$
- x– und y–Position : $\pm 2mm$.

Da sich kleine mechanische Ungenauigkeiten mit großer Wirkung auf die Spitze des Meßarmes fortsetzen und deshalb die erforderliche Genauigkeit von der Röper-Maschine nicht gewährleistet ist, mußte eine Kalibration durchgeführt werden.
Wie groß die mechanischen Effekte sind, wurde mit einem Einmeßverfahren festgestellt. Dazu wurde die Magnetmeßmaschine nacheinander in jede der drei Richtungen schrittweise verfahren und nach jedem Schritt bestimmte Meßmarken durch

eine Vermessungsgruppe des MEA eingemessen. Die Abbildung 11 zeigt, an welchen Stellen sich die Meßmarken M1, M2, M3 und M4 befanden.
In x– und y–Richtung wurden nur M1, M3 und M4 eingemessen, weil die Genauigkeit der Fahrschienen in x– Richtung und die der Gewindestangen in y–Richtung geprüft werden sollte. Dazu reicht es, das Verhalten der Meßmarken M1, M3 und M4 zu vermessen.

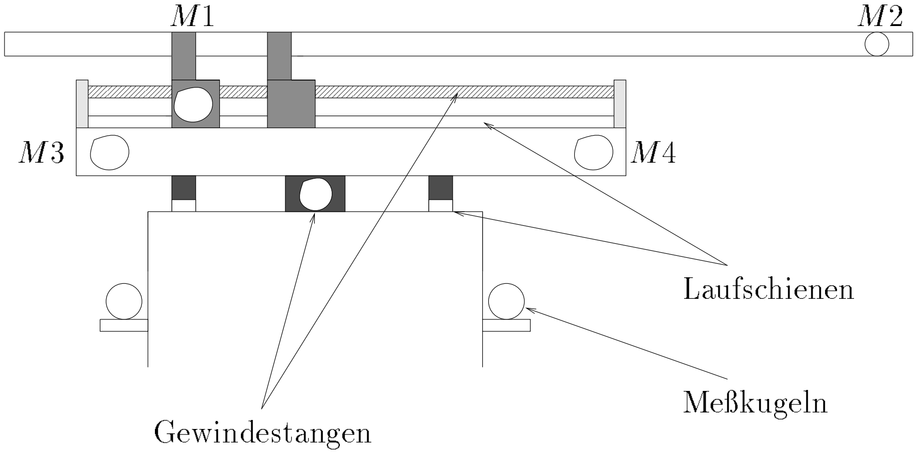

Abbildung 11: *Die Meßmarken an der Magnetmeßmaschine, Seitenansicht*

Beim Verfahren in z–Richtung wiederum ändern sich die Positionen der Marken M3 und M4 nicht. Kleine Fehler der Mechanik in z–Richtung sollten sich nur im Verhalten von M1 und M2 widerspiegeln, da sich die beiden anderen Marken auf der dabei feststehenden Stahlhalterung befinden. Um aber zu überprüfen, ob auch die Stahlhalterung durch die Bewegung in der z–Richtung beeinflußt wird, wurden im Abstand von 40 cm auch M3 und M4 eingemessen. Folgende Schrittweiten wurden verfahren:

x–Richtung : Schrittweite 5 cm,

y–Richtung : Schrittweite 5 cm,

z–Richtung : Schrittweite 10 cm.

Aus Zeitgründen mußte die Zahl der Schritte minimiert werden. Daher wurden für die längste Achse (z–Achse) von 1.9 m die Meßmarken M1 und M2 in größeren Abständen eingemessen. Beim Verfahren wurden die beiden festgehaltenen Koordinaten jeweils in definierter Nullstellung gelassen.
Um die Beschreibung der Armbewegung, die (wie später erklärt werden soll) mit Hilfe der Meßpunkte auf den Achsen definiert wurde, überprüfen zu können, wurden in einem zweiten Schritt 27 Punkte im Raum (drei pro Achse) angefahren. Die Schrittweiten betrugen:

x–Richtung : Schrittweite 500 cm,

y–Richtung : Schrittweite 200 cm,

z–Richtung : Schrittweite 900 cm.

Als Anfangspunkt wurde

$$(x, y, z) = (25\text{cm}, 25\text{cm}, 25\text{cm})$$

gewählt.
Der "absolute" Nullpunkt des Meßarmes im Raum muß für alle Messungen identisch sein. Da der Schrittmotor durch plötzliches Stoppen der Maschine durch den Notschalter oder die Endschalter Schrittlängen verfehlen kann und somit durch die Anzeige des Motors kein absoluter Nullpunkt gegeben ist, wurde ein mechanischer Nullpunkt gewählt. Dazu wurde in allen drei Richtungen vorsichtig und möglichst durch Handbetrieb an die mechanische Begrenzung gefahren, und zwar jeweils auf derjenigen Seite der Gewindestangen, an der der Schrittmotor befestigt ist[3].

4.2.2 Die beobachteten mechanischen Effekte und die Eichung

Die Erfahrung zeigte, daß die Meßmarken einzeln beschrieben werden müssen, da sie sich beim Verfahren der Magnetmeßmaschine gegeneinander bewegen. Durch eine Beschreibung dieser Bewegung kann man die Mechanik am besten verstehen und die Eichung durchführen.
Im ersten Schritt wird die Bewegung der Meßmarken M1, M3 und M4 nur als Funktion der x– und y–Position geeicht und beschrieben. Daraus ergibt sich dann für jeden Punkt in (x, y) ein armfestes Koordinatensystem, in dem in einem zweiten Schritt auch die z–Bewegung beschrieben werden kann.
Es zeigte sich, daß die Meßpunkte in erster Näherung durch Geraden im Raum angepaßt werden können. Wenn man diese Gerade als Bewegungsrichtung einführt, können die Abweichungen davon in allen Fällen genügend gut durch zwei sich schneidende Geraden angepaßt werden.

4.2.3 Die Bewegung in x–Richtung

Bei der Bewegung in x–Richtung ist der dominierende Effekt, daß M4 beim Verfahren um etwa 3 mm angehoben wird. Abb. 12 zeigt die wirkliche Position in y als Funktion der an der Maschine eingestellten x–Position, genannt x_{in}.
M1 und M3 zeigen dieses Verhalten nicht. Der Effekt ist so zu verstehen, daß

[3]Der Nullpunkt wurde also eingestellt, indem der Meßtisch ganz nach oben und der Stahlarm und die Meßarmlager ganz an die Schrittmotoren gefahren wurden

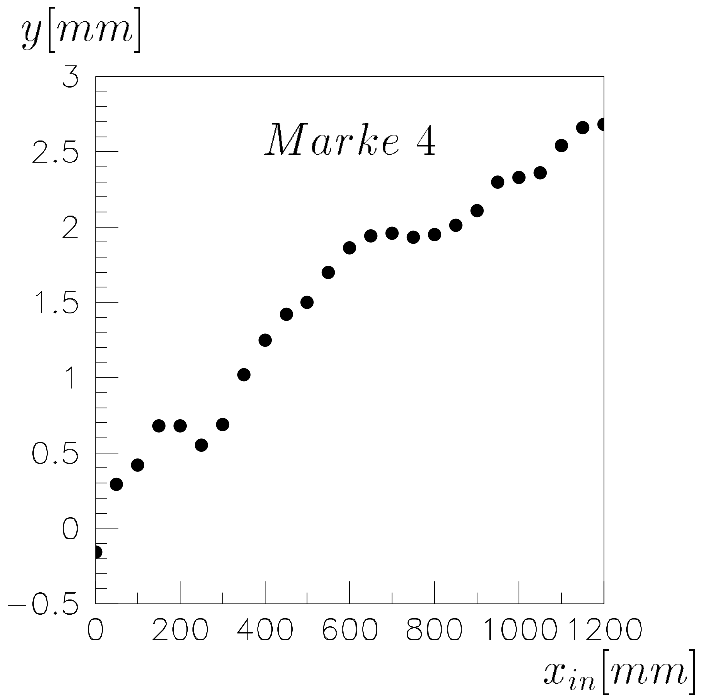

Abbildung 12: *Verfahren auf der x–Achse : y–Wert als Funktion der eingestellten Position*

das Gehäuse der Magnetmeßmaschine schief steht und somit die unter M4 verlaufende Fahrschiene gegenüber der anderen angewinkelt ist. Die Schiefstellung ist notwendig, um das Gehäuse der Magnetmeßmaschine auf den vier Gewindestangen spannungsfrei laufen zu lassen, denn die Gewindestangen sind nicht ganz parallel, so daß sich das Gehäuse beim Verfahren in y–Richtung der Maschine leicht verkanten kann. Wie schon beschrieben, wird eine Gerade an die beobachtete Bewegung der Meßmarken angepaßt, deren y–Komponente den gezeigte Effekt berücksichtigt. Die Abbildung 13 zeigt, daß nach Abzug der Geraden nur noch der Effekt der Unebenheit der Schienen bleibt. Der Effekt der Unebenheit der Schienen erzeugt nur Abweichungen von höchstens 0.2 mm. Daher wurde er nicht weiter korrigiert.
Ein weiterer Effekt zeigt sich nach Abzug dieser Geraden im Verhalten der x–Komponente der Marke 4: Abb.14 zeigt, daß eine Abweichung Δx bleibt, die Marke 4 also in der x–Richtung nicht parallel verschoben wird. Der Effekt ist damit zu erklären, daß die Fahrschienen in x–Richtung nicht ganz parallel verlaufen, sondern sich der Abstand verengt. Daher wird der Stahlarm, wenn er von der Gewindestange bewegt wird, durch Verkanten leicht um die y–Achse gedreht. Dieser Effekt konnte durch Anpassen zweier Geraden mit Schnittpunkt bei $x_{in} = 700$mm berücksichtigt werden.

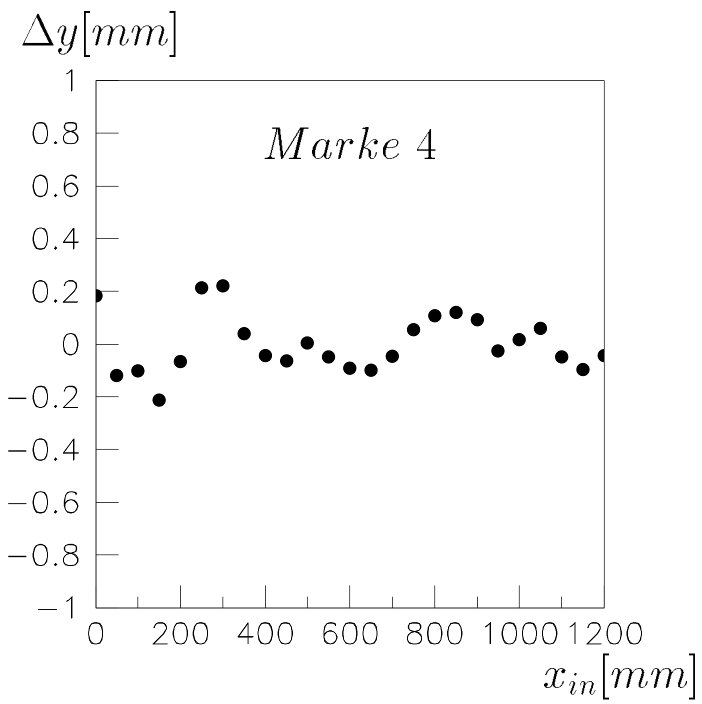

Abbildung 13: *Verfahren auf der x–Achse : Abweichung von dem vorhergesagten Wert in y–Richtung als Funktion der eingestellten Position*

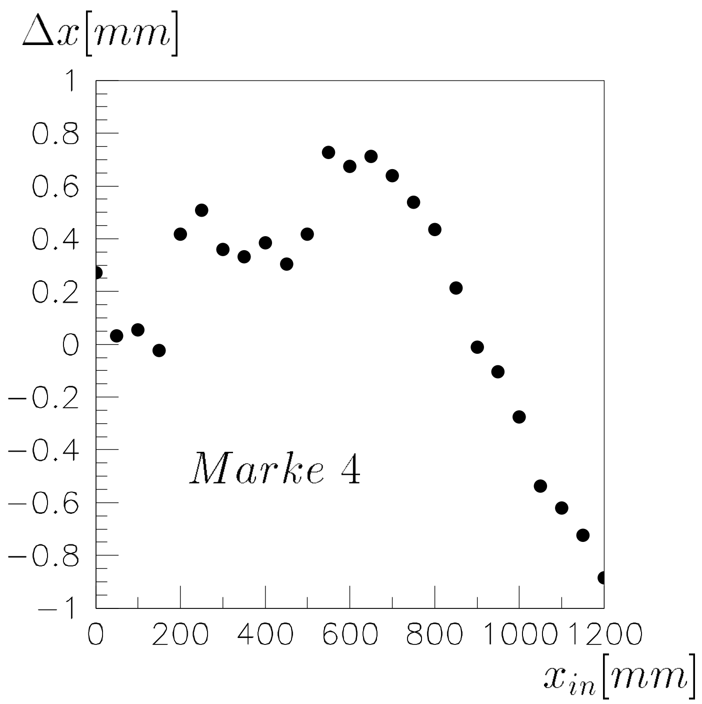

Abbildung 14: *Verfahren auf der x–Achse : Abweichung von dem vorhergesagten Wert in x–Richtung als Funktion der eingestellten Position*

4.2.4 Die Bewegung in y–Richtung

Beim Verfahren in y–Richtung wurden keine Effekte über 0.2 mm beobachtet. Abb.15 zeigt als Beispiel die Abweichung der Marke 3 von der y–Richtung der angepaßten Geraden.

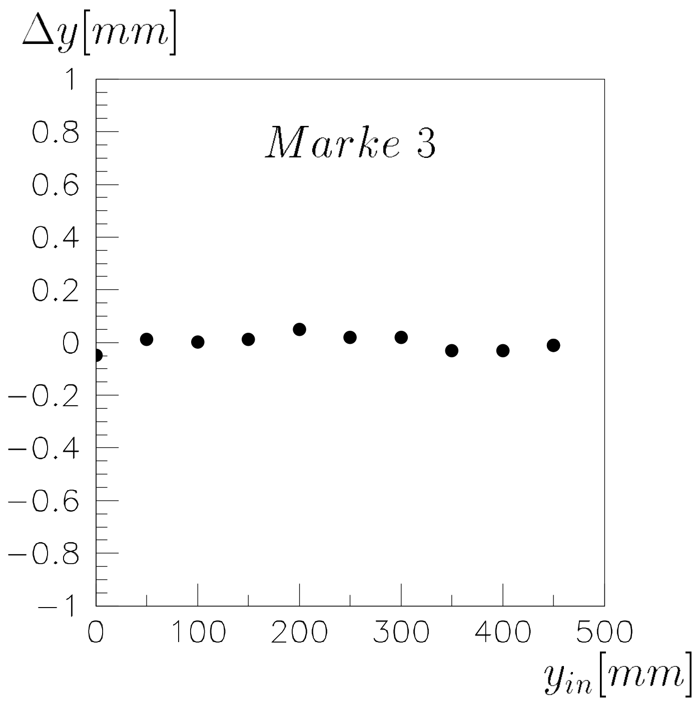

Abbildung 15: *Verfahren auf der y–Achse*

4.2.5 Die Bewegung in z–Richtung

Bei der Bewegung in z–Richtung wurden die Marken M1 und M2 eingemessen. Nach Anpassen der Bewegungsrichtung beobachtet man als Abweichung noch ein Heben und Senken der Meßmarken. Dieser Effekt ist in Abb.16 zu sehen. Der Grund dafür liegt darin, daß die Fahrschiene in z–Richtung zusammengesetzt ist und die zwei Teile einen Winkel zueinander haben. Dieser Winkel spiegelt sich im Verhalten der Marke M2 wieder. Auch diese Abweichung kann genügend gut durch zwei Geraden beschrieben werden.

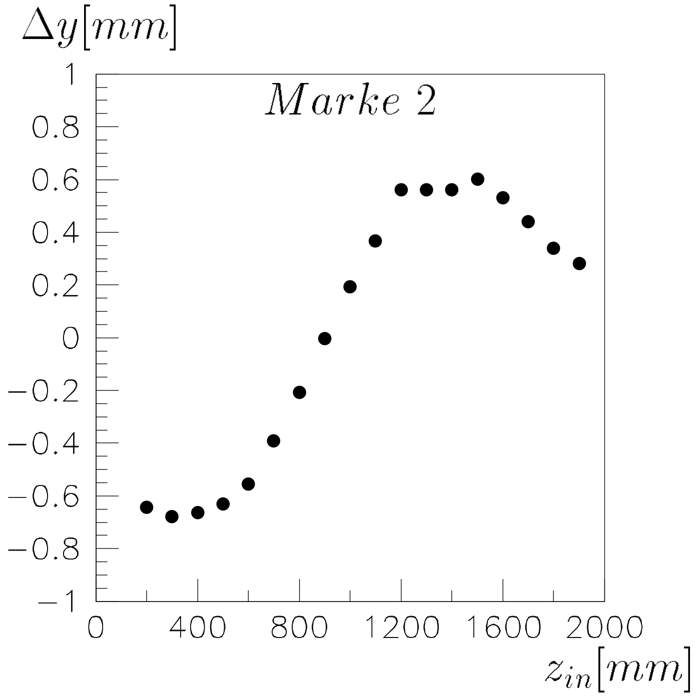

Abbildung 16: *Verfahren auf der z–Achse : Abweichung von dem vorhergesagten Wert in y–Richtung als Funktion der eingestellten Position*

Bisher wurde gezeigt, daß die Bewegung der Marken M1, M3 und M4 als Funktion der geeichten x– und y–Koordinaten beschrieben werden können. Wie nun die geeichte Bewegung der Meßmarken M1 und M2 in z–Richtung in diesem Bild beschrieben werden kann, soll im folgenden erklärt werden.

4.2.6 Koordinatentransformationen

Man kann aus drei Punkten $\vec{x_1}$, $\vec{x_2}$, und $\vec{x_3}$ ein Koordinatensystem durch das folgende Dreibein erstellen:

$$\begin{aligned}\vec{n_1} &= \frac{\vec{x_1}-\vec{x_2}}{|\vec{x_1}-\vec{x_2}|},\\ \vec{n_2} &= \frac{\vec{x_1}\times\vec{x_2}}{|\vec{x_1}\times\vec{x_2}|} \quad \text{und}\\ \vec{n_3} &= \frac{\vec{n_1}\times\vec{n_2}}{|\vec{n_1}\times\vec{n_2}|}.\end{aligned}$$

Diese Vektoren n_i bilden dann die Basisvektoren des Koordinatensystems.
Nimmt man als Ausgangspunkte die Vektoren zu den Marken M1(z=0), M3 und M4, so ist das aus ihren Differenzvektoren erstellte Koordinatensystem das Bezugssystem der Bewegung in x– und y–Richtung. Um auch noch die z–Bewegung darin einzubeziehen, muß man eine Transformation eines Vektors, der die z–Bewegung beschreibt, in dieses Bezugssystem durchführen.

Eine Koordinatentransformation eines Vektors $\vec{v}$ kann allgemein folgendermaßen dargestellt werden:

$$\vec{v'} = A \cdot \vec{v} + \vec{b} \quad , \tag{58}$$

wobei A die Transformationsmatrix bestehend aus den Basisvektoren des neuen Koordinatensystems, also in der hier verwendeten Bezeichnung

$$A = \begin{pmatrix} n_x(1) & n_x(2) & n_x(3) \\ n_y(1) & n_y(2) & n_y(3) \\ n_z(1) & n_z(2) & n_z(3) \end{pmatrix}$$

und $\vec{b}$ der Vektor der Nullpunktsverschiebung ist. A und $\vec{b}$ sind Funktionen der Positionen (x, y).
A beschreibt die Rotation des Koordinatensystems, daher gilt:

$$det A = 1, \tag{59}$$

und es gilt:

$$A^{-1} = A^T, \tag{60}$$

d.h. zur Rücktransformation vom gestrichenen in das ungestrichene Koordinatensystem wird die transponierten Matrix A benutzt.
Man bildet, um die z–Bewegung einzubeziehen, einen Vektor $\vec{v}$ von M1(z=0) zu M1(z), wobei M1(z), wie im vorherigen Abschnitt beschrieben, bereits geeicht ist. Dieser Vektor wird für jede z–Position gebildet und in der beschriebenen Weise in das durch M1(z=0), M3 und M4 festgelegte Koordinatensystem transformiert. Damit ist dann die Position der Marke 1 als Funktion von allen drei geeichten Koordinaten bekannt und wird mit M1(x, y, z) bezeichnet.
Das Ziel ist es, die Position der Sonden (in der Testmessung zur Kalibration ist dies die Meßmarke 2) als Funktion der geeichten Koordinaten x, y und z zu bestimmen. Dies geschieht folgendermaßen:
Man geht dazu in ein mit dem Meßarm bewegtes Koordinatensystem über. Es kann z. B. durch die drei Punkte

M1 (x, y, z),

M1 (x, y, z+Δ_{Lager}) mit Δ_{Lager} : Abstand der beiden Lager des Meßarmes,

M1 (x, y, z) + $\vec{e_y}$ mit $\vec{e_y}$=(0, 1, 0),

definiert werden.
Der Differenzvektor (M1 (x, y, z) – M1(x, y, z+Δ_{Lager}) gibt dann nämlich den Vektor der Richtung des Meßarmes als Funktion der z–Position wieder.
Als nächstes transformiert man den Differenzvektor $\vec{d_{12}}$ der Marken M1 und M2 in dieses Koordinatensystem. Bei der Testmessung wurden die Koordinaten der Meßmarken M1 und M2 im Nullpunkt für die Berechnung von $\vec{d_{12}}$ benutzt, in der Magnetfeldvermessung wurde $\vec{d_{12}}$, der Abstandsvektor von M1 zu den drei Sondenköpfen, dagegen folgendermaßen bestimmt:

$d_{12}(x)$: mit einem Theodolithen wurde durch langsames Verfahren des Meßarmes in x–Richtung der Abstand der Sonden zur Meßmarke 1 festgestellt,

$d_{12}(y)$: mit einem Nivelliergerät wurde die y–Komponente des Abstandes der Marke 1 zu den Sondenköpfen gemessen,

$d_{12}(z)$: mit einem Maßband wurde der Abstand in z–Richtung festgestellt.

Damit ist dann die Position der Sonden als Funktion der geeichten x–, y–und z–Koordinaten beschrieben.

4.3 Die Ergebnisse

4.3.1 Das Ergebnis der Eichung

Um das Ergebnis der Eichung zu überprüfen, wurde die aus den Meßpunkten auf den Achsen gewonnene Eichung auf die Meßpunkte im Raum angewendet.
Abb.17 zeigt das Ergebnis für die Meßmarke 2. In dieser Darstellung wurden die nach der Eichung verbleibenden Abweichungen von der x–,y– und z–Position der Marke 2 aufgetragen und alle Abweichungen überlagert durch eine Gaußfunktion angepaßt.

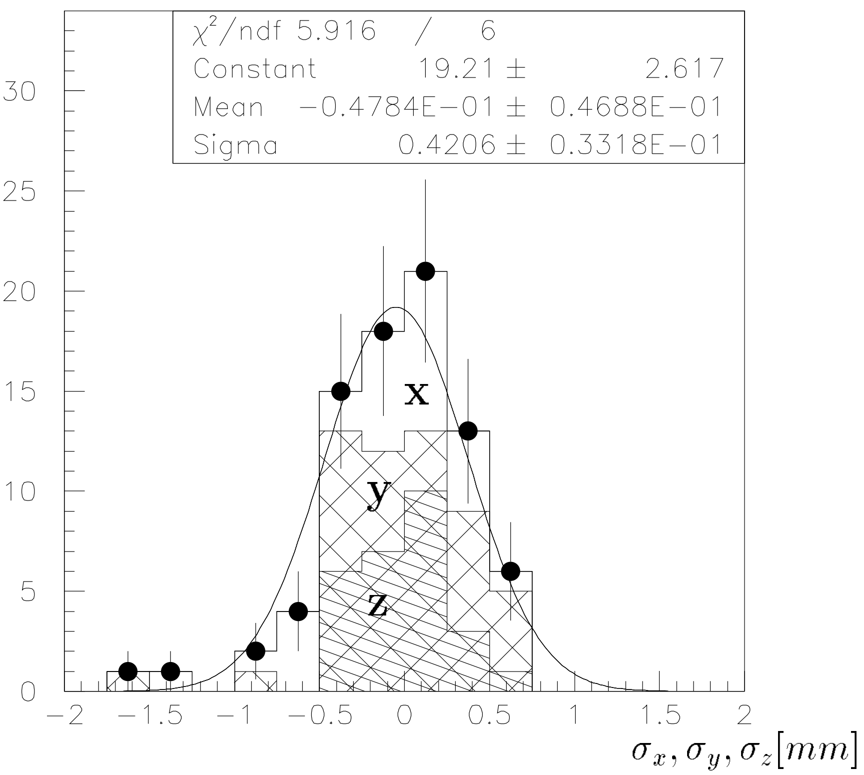

Abbildung 17: *Überlagerte Auflösung der x–, y– und z–Position (von oben nach unten) an der Meßmarke 2*

In allen Richtungen ist die Auflösung besser als 0.4 mm. Die Abbildungen 18, 19 und 20 zeigen die Auflösung in x–, y– und z–Richtung einzeln. Die Auflösungen der x– ist 0.44 mm, die der y–Position ist 0.51 mm und die Auflösung der z–Position beträgt 0.27 mm.

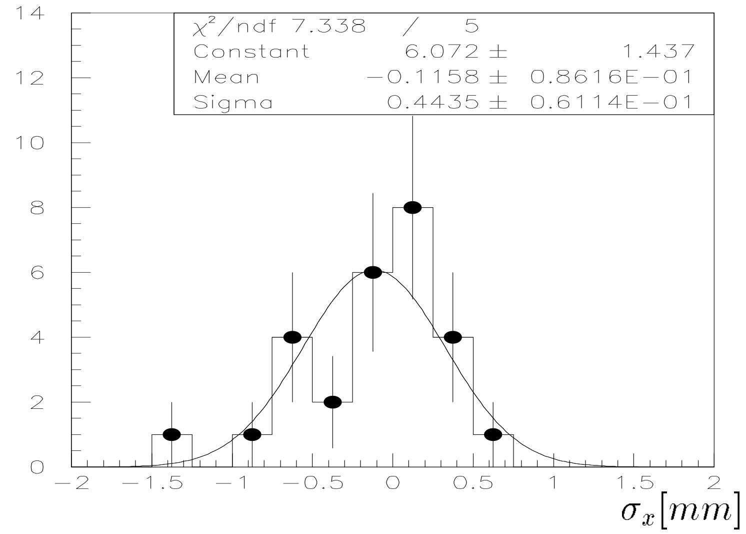

Abbildung 18: Auflösung der x–Position

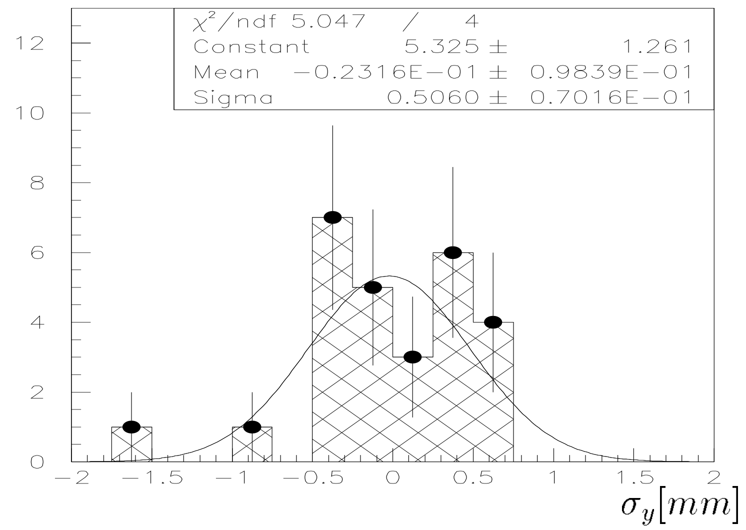

Abbildung 19: Auflösung der y–Position

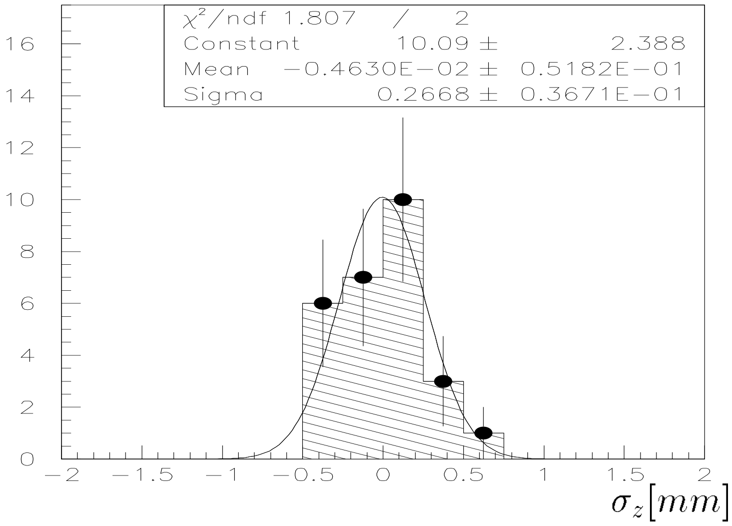

Abbildung 20: Auflösung der z–Position

Da sich M2 am Ende eines 2.3 m langen Testaufbau–Meßarmes befand, müssen diese Werte noch auf den sehr langen Arm von 7m umgerechnet werden. Damit bleiben folgende Genauigkeiten:

x–Richtung: Genauigkeit σ_x= 1.3 mm,

y–Richtung: Genauigkeit σ_y= 1.5 mm,

z–Richtung: Genauigkeit σ_z= 0.8 mm.

Alle Werte sind besser als die geforderten Genauigkeiten.

4.3.2 Die Ergebnisse der Magnetfeldvermessung

Mit der beschrieben Eichung wurden schließlich die Meßwerte der Magnetfeldvermessung korrigiert. Der Feldverlauf entlang des Protonstrahlrohres ist für die drei Feldkomponeneten in der Abbildung 21gezeigt [21]. Bei der Magnetfeldvermessung ergaben sich folgende Werte für die Feldintegrale:

$$\begin{aligned}
\int_{-2.7}^{2.7} B_x dz &= 1.6 \cdot 10^{-2}\ Tm \\
\int_{-2.7}^{2.7} B_y dz &= 2.126\ Tm \\
\int_{-2.7}^{2.7} B_z dz &= 2.0 \cdot 10^{-3}\ Tm
\end{aligned}$$

Abb.22 zeigt als Ausschnitt der Abb.21 den mit der Sonde am Ende des Armes gemessenen Feldverlauf. Hier sollten Schwingungen des Messarmes die Messung am stärksten beeinflussen, was sich in Unregelmäßigkeiten der Meßkurve äußern würde. Es ist jedoch kein solcher Einfluß feststellbar.

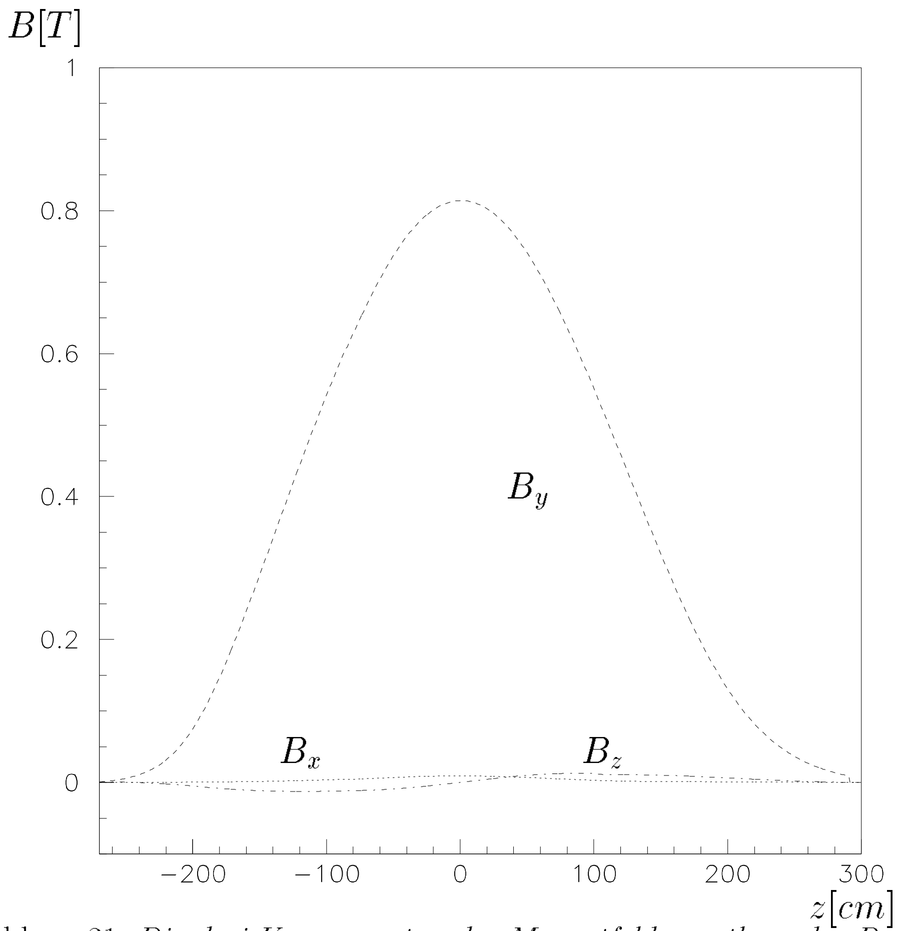

Abbildung 21: *Die drei Komponenten des Magnetfeldes entlang des Protonstrahlrohres*

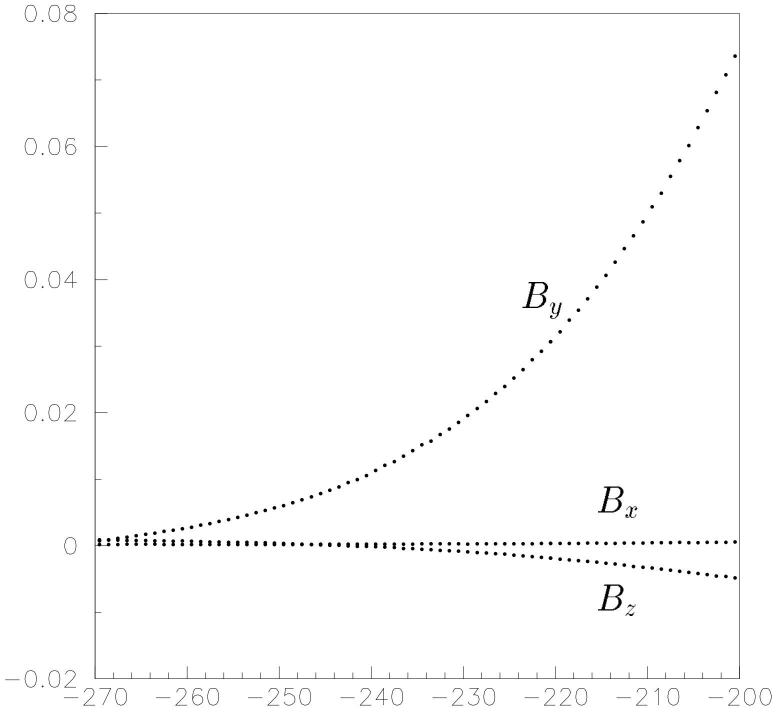

Abbildung 22: *Ausschnitt der Abbildung 20*

Um den Vergleich der Feldwerte mit den im MAFIA–Simulationsprogramm vorhergesagten Feldwerten zu illustrieren, wurde Abb.23 angefertigt. Sie zeigt die relative Abweichung von $0.89 \cdot 10^{-3}$ der Werte der Mafia–Simulation des Magnetfeldes und den Feldwerten eines zentralen Volumens. In dieser Abbildung wurden die Feldintegrale aller Komponenten entlang einer z–Achse quadratisch aufsummiert. Die Differenz wurde noch durch die Summe der gemessenen Feldkomponenten dividiert.

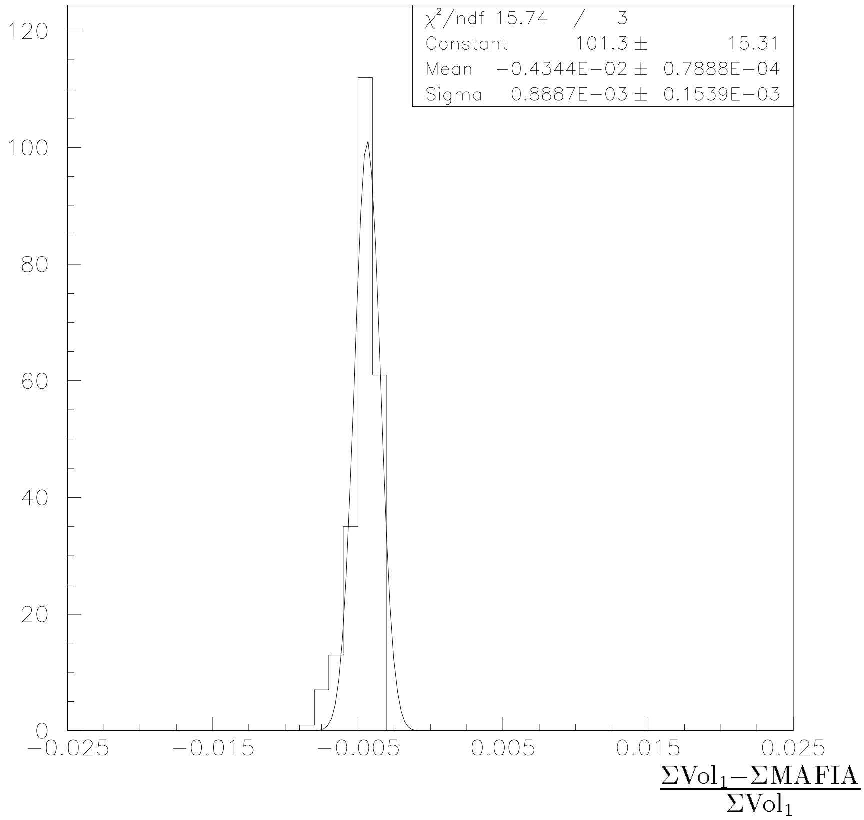

Abbildung 23: *Relative Abweichung der Messung von den MAFIA–Werten*

Unter anderem zur Überprüfung des mechanischen Aufbaus wurde der (oben erwähnte) zentrale Meßbereich zweifach vermessen, und zwar wurde zur zweiten Messung der Messarm verlängert. Dabei mußten alle Sonden und Sondenhalterungen umgebaut und neu justiert werden. Außerdem war die Maschine zwischen den Messungen mehrmals umgesetzt worden. Abb.24 zeigt die Abweichungen dieser zwei Messungen. Man entnimmt der Abbildung, daß die Messung mit einer Genauigkeit von $0.9 \cdot 10^{-3}$ reproduzierbar ist. Somit ist gezeigt, daß die erforderte Meßgenauigkeit erreicht und die Kalibration der Magnetmeßmaschine erfolgreich durchgeführt werden konnte.

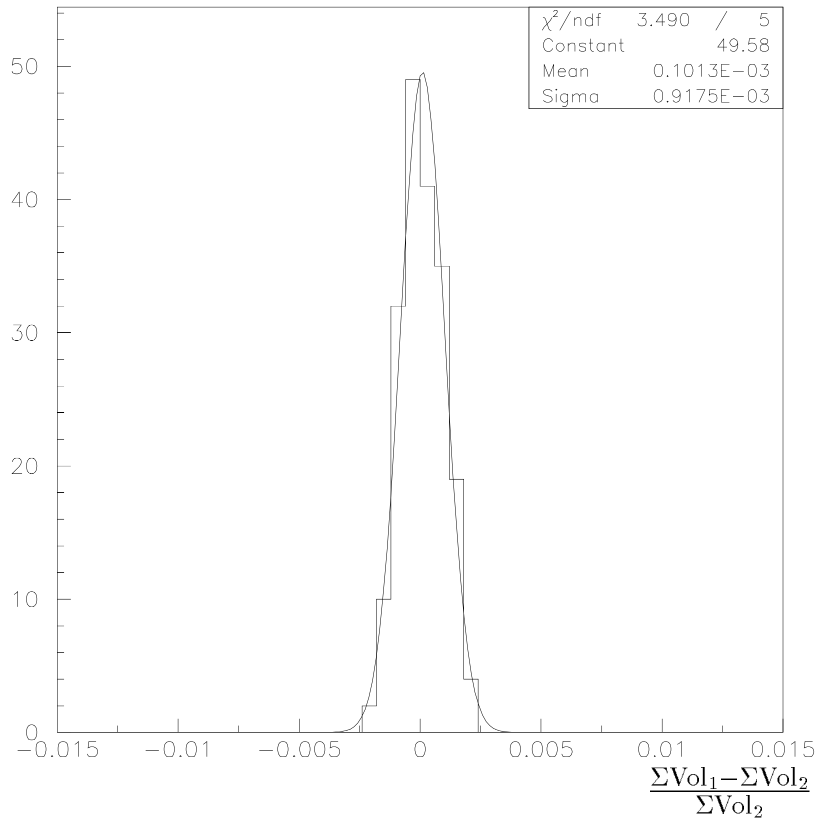

Abbildung 24: *Relative Abweichung der Feldwerte eines doppelt vermessenen Volumens*

5 Die Analyse der $B_s^0\overline{B_s^0}$-Mischung

Eine der wichtigsten noch ausstehenden Messungen auf dem Gebiet der Physik mit B–Mesonen ist die Messung der Oszillationsfrequenz der $B_s^0 - \overline{B_s^0}$–Mischung. In diesem Kapitel soll untersucht werden, in wieweit diese Messung bei dem HERA–B–Experiment möglich ist und welche Verbesserungen des Detektors erforderlich sind. Es wird gezeigt werden, daß die Messung hoher Oszillationsfrequenzen wesentlich durch die Ortsauflösung bei der Messung des Zerfallsvertex eingeschränkt wird. Außerdem wird der genaue Zusammenhang zwischen der Ortsauflösung und dem Mischungsparameter bestimmt, so daß sich ausrechnen läßt, wie groß bei HERA–B die Ortsauflösung sein müßte, um bestimmte Mischungsparameter messen zu können. Es folgen Monte–Carlo–Studien zur Bestimmung der Ortsauflösung für den Zerfall der B_s^0–Mesonen und der Strahlenbelastung der Silizium–Zähler.

5.1 Das Oszillationssignal und die Quellen des Untergrundes

Das Oszillationssignal und der Untergrund sollen in dieser Studie mit folgender Zerfallskette des B_s^0 untersucht werden:

$$\begin{array}{lcl} B_s^0 & \rightarrow & D_s^{(\star)-}\ \ell^+\ \nu \\ D_s^- & \rightarrow & \Phi\ \pi^- \\ \Phi & \rightarrow & K^+K^-. \end{array}$$

Diese Zerfallskette eignet sich wegen der hohen Verzweigungsverhältnisse. Außerdem kann man in diesem Fall die bei HERA–B zur Verfügung stehenden Trigger gut verwenden(siehe Abschnitt 3.4).
Der Zerfall eines B_s^0 in ein $D_s^\star$, welches dann unter Aussendung eines Photons in ein D_s–Meson übergeht, wird hier genau wie der direkte Zerfall in ein D_s–Meson behandelt, da das abgestrahlte Photon so wenig Energie hat, daß praktisch kein Effekt für die Impulsauflösung entsteht.
Das Problem bei der Rekonstruktion des oben genannten Kanals ist die fehlende Information über den Impuls des Neutrinos. Die Flugrichtung des B_s^0 ist aus dem Zerfallsvertex bekannt, somit muß der Transversalimpuls p_T des Neutrinos entgegengesetzt dem des $D_s\ell$–Systems sein:

$$p_{T_\nu} = -p_{T_{D\ell}}. \tag{61}$$

Außerdem gilt wegen der Energieerhaltung im B_s–Ruhesystem (alle Größen im B_s–Ruhesystem werden mit einem $\star$ versehen):

$$E_\nu^\star = \frac{m_{B_s}^2 - m_{D\ell}^2}{2m_{B_s}} = p_\nu^\star. \tag{62}$$

Der Longitudinalimpuls p_{L_ν} des Neutrinos kann dann so ausgedrückt werden:

$$p^\star_{L_\nu} = \pm\sqrt{E^{\star^2}_\nu - p^{\star^2}_{T_{D\ell}}} = \pm E^\star_\nu \cdot |cos\Theta^\star_\nu|. \tag{63}$$

Θ_ν ist dabei der Winkel zwischen der Impulsrichtung des B^0_s–Mesons und der des Neutrinos. Es folgt, daß man zwei Werte für den longitudinalen Impuls erhält. Nur einer davon führt zur richtigen Rekonstruktion des B_s–Meson–Impulses. Solange man keine Informationen darüber hat, welche der beiden Lösungen die richtige ist, muß man annehmen, daß die Hälfte der Ereignisse falsch rekonstruiert wurden. In dieser Arbeit sollen beide Lösungen mitgeführt werden und es wird angenommen, daß die Lösungen unkorreliert sind. Eine Abschätzung der Impulsverschmierung durch die falsche Lösung (siehe Anhang) ergibt, daß die Oszillation bei ausschließlicher Benutzung der falschen Lösung gar nicht gemessen werden könnte. Daher kann man die Wirkung der falschen Lösung durch einen exponentiell abfallenden Hintergrund berücksichtigen. Der Fehler durch rekonstruierte Ereignisse mit der falschen Impulsrichtung könnte in einer detaillierteren Analyse noch verringert werden.

Die Identifizierung des B^0_s-Mesons als B^0_s oder $\overline{B^0_s}$ zur Zeit der Entstehung erfolgt durch Identifikation des jeweils anderen Hadrons X_b aus dem $b\overline{b}$ -Paar, und zwar soll dieses auch semileptonisch zerfallen. Man kann dann durch das Vorzeichen des dabei entstehenden Leptons (im folgenden "Erkennungslepton" genannt) feststellen, ob das B_s vor seinem Zerfall gemischt hat oder nicht. Wenn die Leptonen aus beiden Zerfällen gleich geladen sind, nimmt man an, daß das B_s vor seinem Zerfall gemischt hat.

Als Signal bezeichnet man also diejenigen Ereignisse, die zwei gleichgeladene (im Fall des ungemischten Signals zwei ungleichgeladene) Leptonen ergeben.

$$\begin{array}{lll}
\mathrm{B_s - Ereignis:} & \text{ungemischt} & \overline{b} \longrightarrow B^0_s \longrightarrow B^0_s \longrightarrow D^{(\star)-} \;\; \ell^+ \; \nu \\
 & \text{gemischt} & \overline{b} \longrightarrow B^0_s \longrightarrow \overline{B}^0_s \longrightarrow D^{(\star)+} \;\; \ell^- \; \nu \\
\mathrm{Tag:} & \text{ungemischt} & b \longrightarrow X_b \longrightarrow X_b \longrightarrow X \qquad \ell^- \; \nu \\
 & \text{gemischt} & b \longrightarrow X^0_b \longrightarrow \overline{X}^0_b \longrightarrow X^- \quad \ell^+ \; \nu.
\end{array}$$

Hier ist bereits ein wichtiger Beitrag zum Untergrund erkennbar:
das Erkennungslepton kann aus einem gemischten Meson kommen und mit einem ungemischten Ereignis einen Signalzerfall vortäuschen.
Außerdem muß kombinatorischer Untergrund berücksichtigt werden:
Im kombinatorischen Untergrund sind Ereignisse der folgenden Art enthalten[22]:

- $b\overline{b}$–Ereignisse mit zwei Leptonen aus b–Zerfällen und einem fehlidentifizierten D_s–Meson

- $b\overline{b}$–Ereignisse mit einem fehlidentifizierten Lepton
- $b\overline{b}$–Ereignisse mit einem D_s–Meson, einem Lepton aus Zerfällen der Art $b \to D_s \ell X$ und einem Lepton aus einem Kaskadenzerfall $\overline{b} \to \overline{c} \to \ell$
- $c\overline{c}$–Ereignisse mit zwei Leptonen aus charm–Zerfällen und einem fehlidentifizierten D_s–Meson
- $c\overline{c}$–Ereignisse mit keinem (oder einem) echten Lepton und einem (oder zwei) fehlidentifizierten Leptonen.

Es wird angenommen, daß der kombinatorische Hintergrund selbst keine Oszillationsstruktur zeigt und daß der aus $c\overline{c}$–Ereignissen stammende Untergrund vernachlässigbar klein ist (siehe [22]).
Ein Signalzerfall ist also der Zerfall eines gemischten oder ungemischten, richtig identifizierten und rekonstruierten B_s–Mesons . Die Größe des Signals setzt sich dann folgendermaßen zusammen:

$$S^{mix} = p_{id}^{tag}\ \eta_{sig}\ N_{B_s,\overline{b}} \left[(1 - p_{wrong}^{tag})\ p_{mix}^{B_s} \right] . \tag{64}$$

wobei die Faktoren folgendes bedeuten sollen:

p_{id}^{tag} : die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das Erkennungslepton selbst richtig identifiziert und rekonstruiert wurde,

η_{sig} : die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das B_s–Meson in dem gewünschten Kanal zerfällt und nachgewiesen wird, und daß das zweite B–Meson semileptonisch zerfällt.

$N_{B_s,\overline{b}}$: Die Anzahl der B_s–Mesonen, bei denen aus dem $b\overline{b}$–Paar ein weiteres B–Meson entstanden ist,

p_{wrong}^{tag} : die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das falsche Erkennungslepton verwendet wurde. Enthalten sind die Wahrscheinlichkeiten, daß es selbst aus einem B_s–Meson stammt, welches vor seinem Zerfall gemischt hat und daß es fehlidentifiziert wurde[4],

$p_{mix}^{B_s}$: die Wahrscheinlichkeit dafür, daß das B_s–Meson vor seinem Zerfall gemischt hat.

Man kann statt p_{wrong}^{tag} auch den oftmals benutzten "Mistagging–Faktor" η einsetzen. Außerdem soll der Einfachheit halber

$$p_{id}^{tag}\ \eta_{sig}\ N_{B_s,\overline{b}} \equiv N_{sig} \tag{65}$$

[4] hierin ist der Wert von p_{id}^{tag} enthalten. p_{wrong}^{tag} soll aber trozdem verwendet werden, um mit dem im HERA–B–Proposal genannten Werten im Einklang zu bleiben

benutzt werden. In dieser Schreibweise erhält man:

$$S^{mix} = N_{sig} \left[(1-\eta)\; p_{mix}^{B_s} \right]. \tag{66}$$

Der Untergrund N setzt sich aus drei Beiträgen zusammen:

1. Beitrag des Erkennungsleptons
   Das Lepton stammt aus einem gemischten B_s–Meson, während das Signalteilchen selbst nicht gemischt hat:

   $$N_1 = N_{sig} \left[\eta\; (1 - p_{mix}^{B_s}) \right] \tag{67}$$

2. Untergrund verursacht durch die falsche kinematische Lösung
   Wie bereits erläutert, soll hier davon ausgegangen werden, daß die Hälfte der Ereignisse mit einem falschen Impuls rekonstruiert wurden und, da dann kein Oszillationssignal erkannt werden kann, einen exponentiell abfallenden Hintergrund erzeugen.

   $$N_2 = \frac{1}{2}\; N_{sig}\; e^{-\tau} \tag{68}$$

3. Kombinatorischer Untergrund:
   unter der Annahme, daß der kombinatorische Hintergrund keine Oszillationsstruktur aufweist, gilt:

   $$N_3 = \eta\; N_{comb}\; e^{-\tau} \tag{69}$$

Für die Wahrscheinlichkeit $P^{like}(\tau)$, zwei gleichgeladene Leptonen im Endzustand vorzufinden, gilt also

$$P^{like}(\tau) \;=\; S^{mix} \;+\; N. \tag{70}$$

Mit den oben genannten Ausdrücken folgt:

$$P^{like}(\tau) \;= N_{sig} \left[(1-\eta)\; p_{mix}^{B_s} + \eta\; (1 - p_{mix}^{B_s}) \right] + \frac{1}{2}\; N_{sig}\; e^{-\tau} + \eta\; N_{comb}\; e^{-\tau}. \tag{71}$$

Dieselben Überlegungen kann man auch für $P^{unlike}(\tau) = S^{unmix} + N$ anstellen, und es ergibt sich:

$$P^{unlike}(\tau) \;= N_{sig} \left[\eta\; p_{mix}^{B_s} + (1-\eta)\; (1 - p_{mix}^{B_s}) \right] + \frac{1}{2}\; N_{sig}\; e^{-\tau} + (1-\eta)\; N_{comb}\; e^{-\tau}. \tag{72}$$

Diese Ausdrücke für $P^{like}(t)$ und $P^{unlike}(t)$ sind jedoch noch nicht normiert. Man normiert sie durch die Bedingung:

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\tau \left[P^{like}(\tau) + P^{unlike}(\tau) \right] = 1. \tag{73}$$

Indem man diese Bedingung erfüllt, muß man N_{sig} und N_{comb} ersetzen durch:

$$f_{sig} = \frac{N_{sig}}{2N_{sig} + N_{comb}} \quad \text{und} \quad f_{comb} = \frac{N_{comb}}{2N_{sig} + N_{comb}} \tag{74}$$

Wenn außerdem die Dilution als neuen Parameter D=1-2η eingeführt wird, erhält man schließlich:

$$P^{like}(\tau) = \frac{1}{2}e^{-\tau}[1 - f_{sig}Dcosx_s\tau - Df_{comb}] \tag{75}$$

und

$$P^{unlike}(\tau) = \frac{1}{2}e^{-\tau}[1 + f_{sig}Dcosx_s\tau + Df_{comb}]. \tag{76}$$

Die zwei Sorten von Ereignissen (diejenigen mit zwei gleich– und diejenigen mit zwei ungleich geladenen Leptonen im Endzustand) enthalten dieselbe Information über die Mischungsfrequenz.

5.2 Die Zeitauflösung des Detektors

Ein weiterer entscheidender Beitrag zur Dämpfung der Amplitude rührt daher, daß die endliche Zeitauflösung σ_t des Detektors das Oszillationssignal ausschmiert. Um diesen Effekt zu berücksichtigen, muß eine Faltung der Wahrscheinlichkeitsverteilung mit einer Gaußfunktion der Breite σ_t ausgeführt werden[23]:

$$P^{like,unlike}(t) \rightarrow \int_0^\infty P^{like,unlike}(t') \; \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_t} \; e^{-\frac{(t-t')^2}{2\sigma_t^2}} \; dt'. \tag{77}$$

Die Fouriertransformierte dieses Integrals liefert dann das Frequenzspektrum. Indem man

$$FT[f(t)] \equiv g(\nu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\nu t} \; f(t) \; dt \tag{78}$$

und den Faltungssatz

$$FT\left[\int f(t) \; g(t-t_0) \; dt\right](\nu) = \sqrt{2\pi} FT[f(t)](\nu) \; FT[g(t)](\nu) \tag{79}$$

benutzt, ergibt sich:

$$FT\left[\int_0^\infty P^{like,unlike}(t) \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \; e^{-\frac{(t-t')^2}{2\sigma_t^2}} \; dt'\right] = \\ FT[P^{like,unlike}(t)] \;\; e^{-\frac{\nu^2\sigma_t^2}{2}} \tag{80}$$

(siehe Anhang).
Ausgedrückt durch die schon früher benutzten Einheiten der Lebensdauer mit

$\sigma_\tau = \Gamma\sigma_t$ wird das Frequenzspektrum also durch den Faktor $e^{-\frac{x_s^2\sigma_\tau^2}{2}}$ gedämpft. Für hohe Frequenzen (ungefähr ab $x_s = 10$ bei $\sigma_t = 10\%$ [23]) wird dieser Faktor relevant. Wenn er im Oszillationsterm der Wahrscheinlichkeitsverteilungen mitberücksichtigt wird, ergibt sich schließlich:

$$P^{like}(t) = \frac{1}{2}e^{-\tau}[1 - f_{sig}De^{-\frac{x_s^2\sigma_\tau^2}{2}}cosx_s\tau - Df_{comb}] \tag{81}$$

und

$$P^{unlike}(t) = \frac{1}{2}e^{-\tau}[1 + f_{sig}De^{-\frac{x_s^2\sigma_\tau^2}{2}}cosx_s\tau + Df_{comb}]. \tag{82}$$

Dies ist die endgültige Form der Wahrscheinlichkeitsverteilungen, die im folgenden verwendet werden soll.

5.3 Welche Werte von x_s sind für HERA–B erreichbar?

Nun sollen die Werte der im vorherigen Abschnitt verwendeten Parameter f_{sig}, f_{comb}, σ_τ^2 und D erläutert werden. Außerdem wird der Zusammenhang zwischen Ereigniszahl, Mischungsparameter und der Ortsauflösung des Detektors bestimmt, um den Bereich, in dem HERA–B eine signifikante Messung des Mischungsparameters machen könnte, abzuschätzen.
Es gilt

$$2f_{sig} \;+\; f_{comb} \;= 1. \tag{83}$$

wie aus der Normierung der Gesamtwahrscheinlichkeit auf eins folgt (siehe Gleichung 74).
Aus Monte–Carlo–Rechnungen [22] ergibt sich:

$$\frac{f_{comb}}{2f_{sig}} = 0.3 \;\text{ und damit }\; f_{sig} = 0.38 \;\text{ und }\; \mathrm{f_{comb}} = 0.23. \tag{84}$$

Der Dilution–Parameter D, der ein Maß für die Verschmierung der Oszillationsamplitude ist, wird in [14] für HERA–B zu 0.43 angegeben, worin die oben beschriebenen Wahrscheinlichkeiten für Fehlidentifikation und Mischung des Erkennungsleptons eingegangen sind.
Der dominierende Term in der Amplitudendämpfung für hohe Mischungsfrequenzen ist jedoch, wie im letzten Abschnitt erläutert, $e^{-\frac{x_s^2\sigma_\tau^2}{2}}$.
Die Zeitauflösung σ_t setzt sich aus zwei Anteilen, der Orts– und der Impulsauflösung, zusammen:

$$\frac{\sigma_t}{t} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_z}{z}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_p}{p}\right)^2}. \tag{85}$$

Mit

$$t = \frac{1}{\gamma\beta c}, \quad \gamma\beta = \frac{p}{m_0 c} \text{ und } z = \frac{t\ p}{m_0}, \tag{86}$$

wobei z, t, p und m_0 Flugstrecke, Flugzeit, Impuls und Ruhemasse des B_s^0–Mesons sind, ergibt sich [24]:

$$\sigma_\tau = \frac{t}{t_0}\sqrt{\left(\frac{m_0}{c\ p\ t}\sigma_z\right)^2 + \left(\frac{\sigma_p}{p}\right)^2}. \tag{87}$$

Zunächst soll der Beitrag der Impulsauflösung abgeschätzt werden.
Bereits im Kapitel über den HERA–B–Magneten 4.1 wurde erwähnt, daß

$$\frac{\sigma_p}{p} = \sqrt{(2\cdot 10^{-5}\ p)^2 + (4\cdot 10^{-3}\mathrm{GeV})^2} \tag{88}$$

für das innere Spurkammersystem und

$$\frac{\sigma_p}{p} = \sqrt{(5\cdot 10^{-5}\ p)^2 + (5\cdot 10^{-3}\mathrm{GeV})^2} \tag{89}$$

für das äußere Spurkammersystem gilt. Enthalten sind nur die Beiträge der Koordinatenauflösung und der Vielfachstreuung. Da die Impulsbestimmung des B_s^0–Mesons nicht eindeutig ist, wird die Impulsauflösung des $D_s\ell$–Systems auf das B_s^0–Mesons umgerechnet.
Der mittlere Impuls des B_s^0–Mesons wird dazu zunächst zu $\overline{p_{B_s^0}} = 100\mathrm{GeV}$ angenommen. Mit den Näherungen

$$\begin{aligned}
&\overline{p_{D\ell}} \approx \overline{p_{B_s^0}}\ \frac{M_{D\ell}}{M_{B_s^0}} \\
&\overline{\left(\frac{p_{D\ell}}{p_{B_s^0}}\right)} \approx \frac{\sigma_{p_{B_s^0}}}{\sigma_{p_{D\ell}}} \\
&\sigma_{p_{D\ell}} \approx \overline{p_{D\ell}}\sqrt{(2\cdot 10^{-5}\overline{p_{D\ell}})^2 + (4\cdot 10^{-3})^2}
\end{aligned}$$

und den Massen $M_{B_s^0} = (5369.3 \pm 2)$ MeV[8] und $M_{D\ell} = 4.2$ GeV[22] läßt sich abschätzen, daß

$$\frac{\sigma_{p_{B_s^0}}}{\overline{p_{B_s^0}}} \approx 0.35\ \%. \tag{90}$$

Dieser Beitrag zur Zeitauflösung ist vernachlässigbar klein, so daß für σ_τ gilt:

$$\sigma_\tau \cong \frac{1}{t_0}\frac{m_0}{c\ p}\sigma_z \tag{91}$$

mit einer Lebensdauer des B_s^0–Mesons von $t_0 = (1.52 \pm 0.07)10^{-12}s$[25].

Es interessiert nun, welcher Zusammenhang zwischen Ereigniszahl, Mischungsparameter und der Ortsauflösung des Detektors besteht, um abschätzen zu können, in welchem Bereich HERA–B eine signifikante Messung des Mischungsparameters machen könnte.
Um Vorhersagen über die Anzahl der nötigen Ereignisse zu machen, kann man

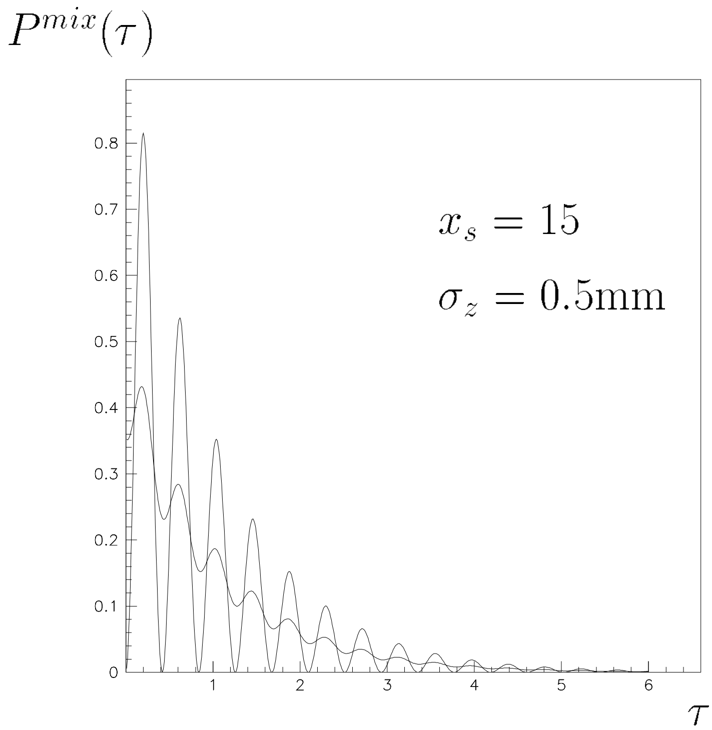

Abbildung 25: *Wahrscheinlichkeitsdichte für ein gemischtes B_s–Meson mit und ohne Dämpfungsfaktoren*

den Erwartungswert der logarithmierten Likelihoodfunktion bestimmen. Wenn man in diesem Fall die kombinierte Likelihoodfunktion von beiden Datenmengen (gleich–und ungleichnamiger Leptonen) mit

$$ln\mathcal{L} = ln\mathcal{L}^{like} + ln\mathcal{L}^{unlike} \tag{92}$$

bildet, ergibt sich für den Erwartungswert der Likelihoodfunktion bei N Messungen:

$$E(ln\mathcal{L}) = N \sum_{k=like,unlike} \int_{-\infty}^{\infty} dt\ ln\ \mathcal{L}(x,t)\ \ P^k(x,t)\Big|_{x=x_s} \tag{93}$$

(siehe Anhang).
Da hier jeweils nur eine einzige Wahrscheinlichkeitsverteilung $P^i(t)$ vorliegt, gilt $\mathcal{L} = P^i(t)$ und damit

$$E(ln\mathcal{L}) = N \sum_{k=like,unlike} \int_{-\infty}^{\infty} dt\ ln\ P(x,t)\ \ P^k(x,t)\Big|_{x=x_s}. \tag{94}$$

Um ein Kriterium für eine signifikante Messung zu haben, wird hier die sogenannte Δln$\mathcal{L}$–Methode benutzt. Darin wird eine bestimmte Differenz zwischen dem Minimum und dem kleinsten, nicht zum Minimum gehörenden Wert von $E(ln\mathcal{L})$ gefordert:

$$E(\Delta ln\mathcal{L}_{x_s}) = E(ln\mathcal{L}_{x_i}) - E(ln\mathcal{L}_{\infty}) = 0.5 \cdot n_\sigma^2 \ \text{ mit } \ \mathrm{n}_\sigma = 3. \tag{95}$$

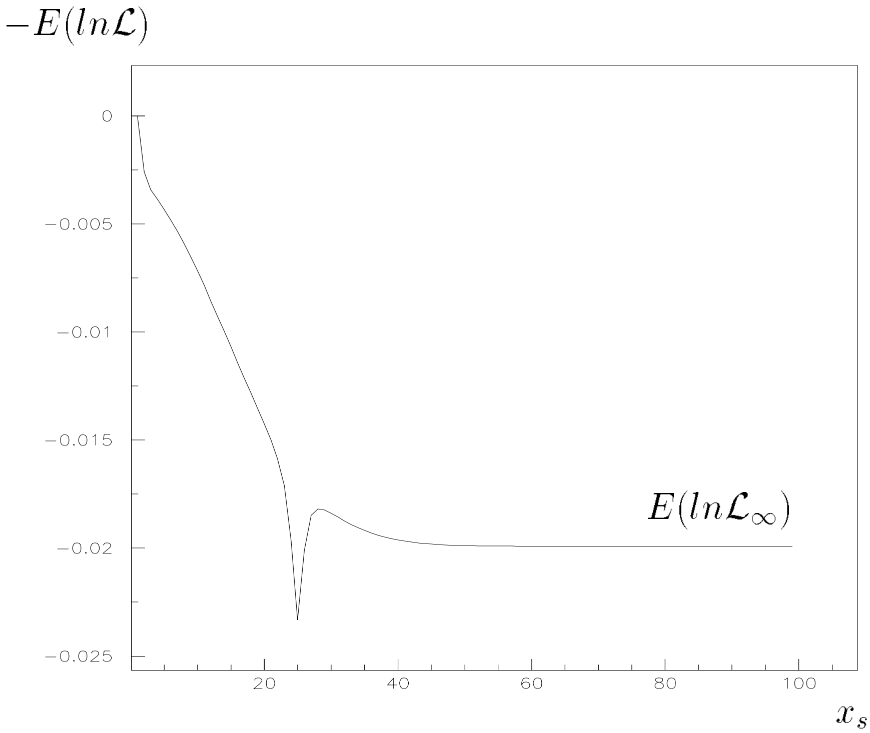

Abbildung 26: *Die gemittelte Likelihoodfunktion von x_s=25 in Abhängigkeit von x_s für ein B_s^0–Meson. Für die Ortsauflösung wurde ein Wert von σ_z=0.5 mm angenommen*

Unter einer signifikanten Messung versteht man hier also die Messung eines 3–σ–Effektes. Verdeutlicht wird dieser Ansatz durch Abb.26. Aufgetragen ist die gemittelte Likelihoodfunktion für ein einzelnes Ereignis gegen den Mischungsparameter x_s. An der Stelle des wahren Wertes von x_s (hier wurde x_s=25 eingesetzt) nimmt die Likelihoodfunktion ein Minimum an. Durch Einsetzen der Gleichungen 75 und 76 in Gleichung 94 ergibt sich mit der vereinfachenden Schreibweise $D' \equiv D \cdot e^{-\frac{x_s^2 \sigma_\tau^2}{2}}$:

$$E(ln\mathcal{L}) = \frac{N}{2} \sum_{like,unlike} \int d\tau \left\{ [1 \pm D' f_{sig} cos x_s \tau \pm f_{comb} D] \; e^{-\tau} \right.$$
$$\left. \cdot ln \; \frac{1}{2}[1 \pm f_{sig} D' cos x_s \tau \pm D f_{comb}] e^{-\tau} \right\}. \tag{96}$$

Indem man für x_s einmal einen sehr großen Wert x_∞ und einmal den wahren Wert x_i einsetzt und die Differenz bildet, erhält man:

$$E(\Delta ln\mathcal{L}_{x_s}) = \frac{N}{2} \sum_{like,unlike} \int d\tau \left\{ [1 \pm D' f_{sig} cos x_s \tau \pm f_{comb} D] \; e^{-\tau} \right.$$
$$\left. \cdot ln \; \frac{1 \pm f_{sig} D' cos x_i \tau \pm D f_{comb}}{1 \pm f_{sig} D' cos x_\infty \tau \pm D f_{comb}} \right\}. \tag{97}$$

Zur Auswertung des Ausdrucks $ln(1 \pm f_{sig} D' cos x_\infty \tau \pm D f_{comb})$ im Limes $x_s \to \infty$ siehe Anhang. Man erhält damit:

$$E(\Delta ln \mathcal{L}_{x_s}) = \frac{N}{2} \sum_{like,unlike} \int d\tau \left\{ [1 \pm D' f_{sig} cos x_s \tau \pm f_{comb} D] \; e^{-\tau} \right.$$
$$\left. \cdot ln \; \frac{2(1 \pm f_{sig} D' cos x_i \tau \pm D f_{comb})}{1 \pm D f_{comb} + \sqrt{(1 \pm D f_{comb})^2 - (f_{sig} D')^2}} \right\}. \qquad (98)$$

Durch Einsetzen in Gl.95 ergibt sich schließlich:

$$n_\sigma^2 = N \sum_{like,unlike} \int d\tau \left\{ [1 \pm f_{sig} D' cos x_s \tau \pm f_{comb} D] \; e^{-\tau} \right.$$
$$\left. \cdot ln \; \frac{2(1 \pm f_{sig} D' cos x_i \tau \pm D f_{comb})}{1 \pm D f_{comb} + \sqrt{(1 \pm D f_{comb})^2 - (f_{sig} D')^2}} \right\}. \qquad (99)$$

Dies ist nun der zentrale Zusammenhang zwischen Ereignisrate, Auflösung, Mischungsparameter und Signifikanz der Messung. Mit seiner Hilfe kann man ausrechnen, wieviele Ereignisse nötig sind, um mit fester Auflösung einen bestimmten Mischungsparameter signifikant messen zu können.

5.4 Die Ereignisanzahlen

Für die Untersuchungen wurden folgende Werte zur Abschätzung der Anzahl der B_s–Mesonen angenommen:
Es soll davon ausgegangen werden, daß in einem Jahr bei HERA-B etwa während 10^7s Daten aufgenommen werden können.
Weiterhin wird ein $b\bar{b}$–Wirkungsquerschnitt von $\sigma_{b\bar{b}} = 12$ nb angenommen. Dieser Wert ist zur Zeit noch nicht mit hinreichender Genauigkeit bekannt und stellt eine große Unsicherheit dar. Man findet z. B. in [26] einen Wert von $\sigma_{b\bar{b}} = (6 \pm 3)$ nb, während aus QCD–Rechnungen der zentrale Wert 12 nb [27] folgt. Dieser Wert wird hier benutzt.
Bei einem Gesamtwirkungsquerschnitt der inelastischen Streuung von $\sigma_{tot} =$ 13mb pro Nukleon und einer für ein Kupfertarget geplanten Wechselwirkungsrate von $R_{tot} = 40$ MHz ergibt sich schließlich eine Rate der $b\bar{b}$–Produktion von 37 Hz. Man erhält damit $3.7 \cdot 10^8$ $b\bar{b}$–Zerfälle für ein Jahr.
Mit dem Verzweigungsverhältnis[9]

$$BR(b \to B_S^0) + BR(\bar{b} \to B_s) = 16\% \qquad (100)$$

für die Produktion eines B_s^0 und eines weiteren Teilchens X_b aus dem $b\bar{b}$–Paar bleiben schließlich $5.92 \cdot 10^7$ B_S^0–Mesonen.
Für den oben genannten Kanal erhält man folgende Verzweigungsverhältnisse [9]:

$$
\begin{aligned}
BR(B_S^0 \to D^{(\star)^-}\ell^+\nu) &= 7.6 \pm 2.4\% \\
BR(D_s^- \to \Phi\ \pi^-) &= 3.6 \pm 0.9\%, \\
BR(\Phi \to K^- K^+) &= 49.1 \pm 0.6\%,
\end{aligned}
$$

insgesamt also ein Verzweigungsverhältnis von $(2.69 \pm 1.08)10^{-3}$.
Die Rekonstruktions– und geometrische Effizienz wurde aus Monte–Carlo–Simulationen zu 17% bestimmt, und das semileptonische Verzweigungsverhältnis des B–Mesons beträgt 20%[9]. Hinzu kommen Triggereffizienzen, wobei hier die Werte aus [14] benutzt werden:
im Modus $B_1B_2 \to \ell_1\ell_2X$ ergibt der J/Ψ–Trigger 10%, der Dilepton–Trigger 18% und der Trigger für Hadronen mit großem Transversalimpuls 7%. Insgesamt erhält man damit eine Effizienz von 29%.
Außerdem ergeben der Schnitt auf die invariante Masse des D_s–Mesons von $m_{D_s\ell} \geq 4GeV$ und die Lebensdauer des B_s–Mesons von 0.06 $t_{0_{B_s}}$ 27%[22].
Zusammengefaßt erhält man:

Pro Jahr erzeugte $b\bar{b}$–Paare	$3.7 \cdot 10^8$
$BR(b \to B_S^0) + BR(b \to X_s)$	0.16
$2BR(B_s^0 \to D_s^{(\star)^-}\ell^+\nu)$ $\cdot BR(D_s^- \to \Phi\ \pi^-)$ $\cdot BR(\Phi \to K^+K^-)$	$2.69 \cdot 10^{-3}$
Semileptonisches BR von X_b	0.2
Rekonstruktions– und geometrische Effizienz	0.17
Triggereffizienz	0.29
Schnitte (Massen und Lebenszeiten)	0.27
Zahl der Ereignisse	420 ± 170

Die angegebene Unsicherheit über die Ereigniszahl folgt aus den Fehlern der Verzweigungsverhältnisse.
Es können noch weitere Zerfallskanäle des D_s–Mesons hinzugenommen werden. Unter Berücksichtigung der Verzweigungsverhältnisse

$$
\begin{aligned}
BR(D_s^- \to K^{\star 0}K^-) &= (3.4 \pm 0.9)\%, \\
BR(D_s^- \to K^{\star 0}K^{\star -}) &= (5.8 \pm 2.5)\% \\
BR(D_s \to \Phi\ \pi^-\pi^+\pi^-) &= (1.8 \pm 0.6)\%, \\
BR(K^{\star 0} \to K^\pm\pi^\pm) &= 67\%, \\
BR(K^0 \to \pi^+\pi^-) &= 69\%.,
\end{aligned}
$$

kann man ungefähr abschätzen, wieviele B_s^0–Ereignisse zusätzlich zu erwarten wären:

Kanäle	Ereignisse
$D_s^- \to \Phi\ \pi^-$	420
$D_s^- \to K^{\star 0} K^+$	360
$D_s^- \to K^{\star 0} K^{\star +}$	290
$D_s^- \to \Phi\ \pi^- \pi^+ \pi^-$	140
Summe	1210 ± 380

Der Fehler wurde durch Summation über die Einzelfehler abgeschätzt.
In diesem Abschnitt wurde bisher die Anzahl der pro Jahr gemessenen B–Mesonen bestimmt. Mit diesem Wert und mit Gleichung 99 kann man nun den Zusammenhang zwischen Teilchenzahl und Ortsauflösung bzw. Mischungsparameter aufstellen. Abb.27 zeigt eine Darstellung des Zusammenhanges.

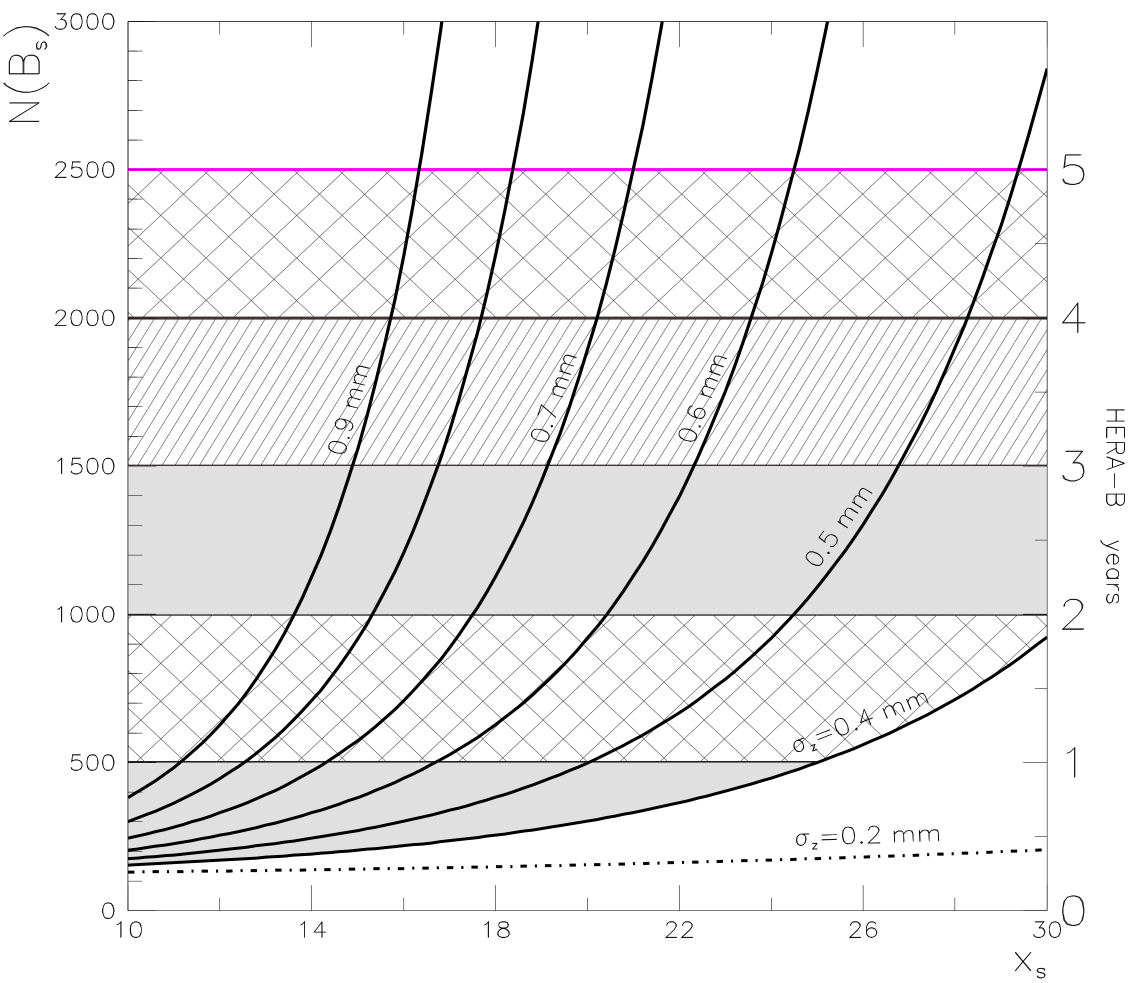

Abbildung 27: B_s^0*–Ereignisse zur Messung eines* 3σ*–Effektes in Abhängigkeit vom Mischungsparameter für verschiedene Ortsauflösungen*

Für verschiedene Werte des Mischungsparameters zwischen 10 und 30 wurde die zur Messung eines 3σ–Effektes notwendige Teilchenzahl in Abhängigkeit von der Ortsauflösung σ_z aufgetragen. Eingezeichnet sind auch die pro Jahr erreichbaren Teilchenzahlen im Kanal $D_s \to \Phi\pi$. Durch Hinzunahme der anderen Zerfallskanäle kann die Teilchenzahl noch erhöht werden.
In der zweiten Darstellung (Abb.28) ist N in Abhängigkeit von dem Mischungsparameter für verschiedene Werte der Ortsauflösung dargestellt. Um z. B. einen

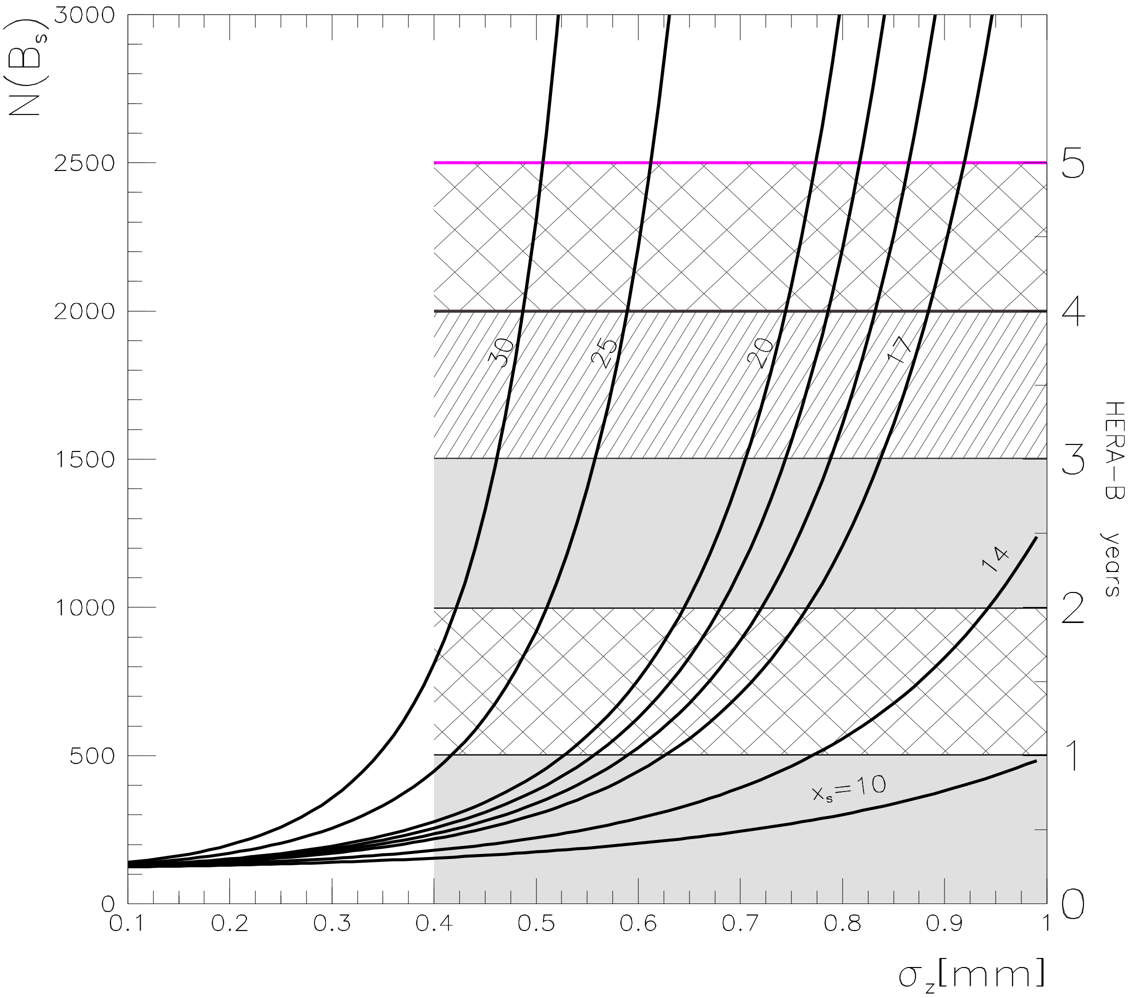

Abbildung 28: *B_s^0–Ereignisse zur Messung eines 3σ–Effektes in Abhängigkeit vom Mischungsparameter*

Wert von $x_s = 25$ nach einem Jahr Meßzeit mit einer Signifikanz von 3 σ messen zu können, ist eine Auflösung von $\sigma_z = 0.4$ mm nötig. Die Bereiche unterhalb dieser Auflösung sind ausgespart, da höhere Auflösungen unrealistisch sind.
Mit der Maximum–Likelihood–Methode kann auch bestimmt werden, wie groß der

Fehler an den Mischungsparameters für verschiedene Ortsauflösungen ist. Dazu wurde folgender Ansatz gemacht:

$$\frac{1}{\sigma_{x_s^2}} = E\left(\frac{\partial^2 ln\mathcal{L}}{\partial x_s^2}\right). \tag{101}$$

Damit leitet man folgenden Zusammenhang für das σ_{x_s} her (siehe Anhang):

$$\frac{1}{\sigma_{x_s}^2} = N \sum_{like,unlike} \int d\tau \, \frac{1}{L}\left(\frac{\partial L(x_s,\tau)}{\partial x_s}\right)^2. \tag{102}$$

Führt man die Differentiation aus, so erhält man mit D' wie oben:

$$\frac{1}{\sigma_{x_s}^2} = N \sum_{like,unlike} \int d\tau \, \frac{(D' f_{sig} \tau sin x_s \tau + \frac{\partial D}{\partial x_s} f_{sig} cos x_s \tau)^2}{1 \pm D' f_{sig} cos x_s \tau \pm D f_{comb}} e^{-\tau}. \tag{103}$$

Dieses Integral muß ebenfalls numerisch gelöst werden. Abb.29 zeigt die Fehler in Abhängigkeit von dem Mischungsparameter für zwei Extremwerte der Ortsauflösungen von 0.2 mm und 1 mm.

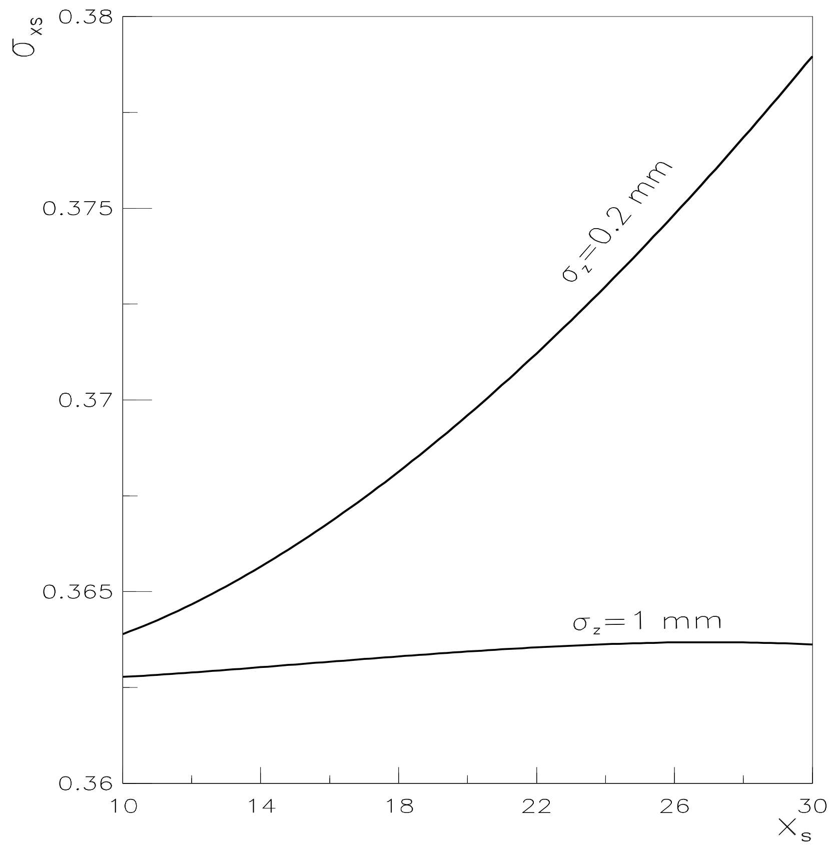

Abbildung 29: *Der Fehler an den Mischungsparameter in Abhängigkeit von dem Mischungsparameter für zwei verschiedene Ortsauflösungen*

Der Fehler des Mischungsparameters ist kleiner für den größeren Wert der Ortsauflösung, da in diesem Fall für die Messung wesentlich mehr Ereignisse notwendig sind. Der Fehler ist nur leicht abhängig von x_s und für einen Mischungsparameter von z. B. $x_s = 25$ ist ein kleiner Fehler von etwa 0.365 zu erwarten. Theoretische Unsicherheiten werden daher die Bestimmung des Mischungsparameters dominieren.

Der Wert des Mischungsparameters, den HERA–B messen kann, ist wesentlich durch die Ortsauflösung bestimmt. Um den erreichbaren Wert genauer zu untersuchen, soll im folgenden der Vertexdetektor im Hinblick auf Ortsauflösung und Strahlenschäden näher betrachtet werden.

5.5 Die Ortsauflösung

5.5.1 Die Monte–Carlo–Simulation von B_s^0-Ereignissen

Für die Simulation von B_s^0–Ereignissen im HERA-B-Detektor wurden das ARTE-Programmpaket und die Ereignisgeneratoren FRITIOF für die Proton–Nukleon–Wechselwirkung, PHYTIA für die Quarkproduktion und JETSET für die Teilchenzerfälle benutzt. Die Simulation des Detektors erfolgte in GEANT, wobei noch nicht das vollständige Programm zur Spurrekonstruktion eingebaut war, sondern ein vorläufiges Hilfsprogramm zur Anpassung der Spuren im Vertexdetektor benutzt wurde. Der Vertexdetektor wurde in der in [14] vorgestellten Form simuliert. Zur Untersuchung der Orts–und Zeitauflösung wurden B_s^0–Mesonen generiert, die im Kanal

$$\begin{aligned} B_s^0 &\rightarrow D_s^- \ell^+ \nu \\ D_s &\rightarrow \Phi\ \pi^- \\ \Phi &\rightarrow K^+ K^- \end{aligned}$$

zerfallen. Die einzigen Einschränkungen waren dabei, daß die invariante Masse des K^+K^-–Paares kleiner als 1.05 GeV und der Leptonen– und Pionimpuls größer als 1 GeV und 5 GeV sein sollte. Abb.30 zeigt die Massen der in der Monte–Carlo–Simulation rekonstruierten $(K^+K^-\pi)$–Kombinationen. Die Ortsauflösung wurde dann als Differenz zwischen dem Monte–Carlo–Zerfallspunkt des B_s^0–Mesons und seinem im Detektor rekonstruierten Zerfallspunkt aufgetragen. Dabei ergab sich eine Ortsauflösung in longitudinaler Richtung von

$$\sigma_z = 814\ \mu m. \tag{104}$$

Diese Auflösung ergibt sich aus dem zur Zeit vorliegenden Monte–Carlo. Die Verschiebung der Differenz zwischen dem Monte–Carlo–Zerfallspunkt des B_s^0–Mesons und seinem im Detektor rekonstruierten Zerfallspunkt hin zu negativen Werten ist auf systematische Fehler bei der Vertex–Rekonstruktion zurückzuführen.

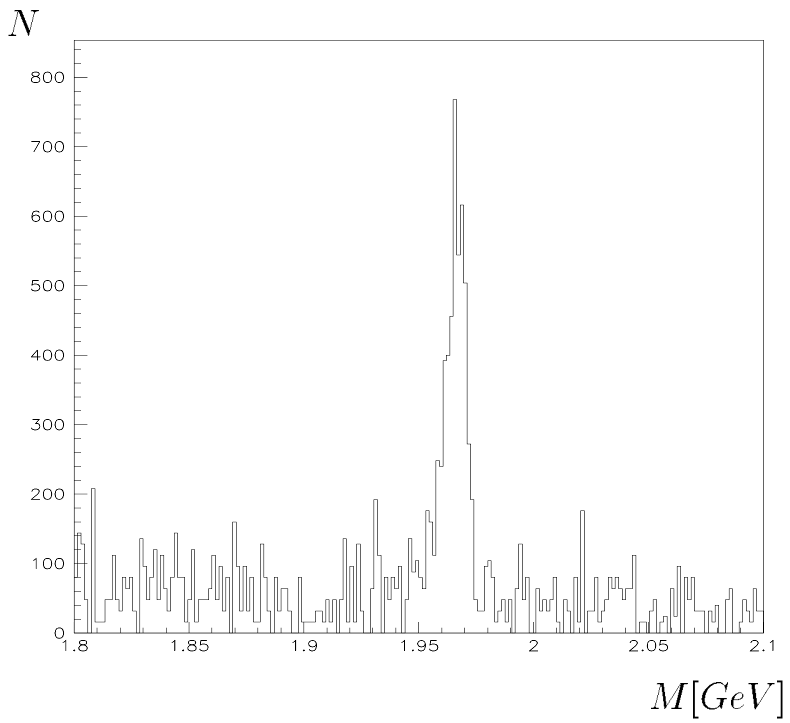

Abbildung 30: *Die Massen der im Monte–Carlo rekonstruierten* (πK^+K^-)*–Kombinationen; durch Leptonfehlidentifikation sind doppelt gezählte Kombinationen enthalten*

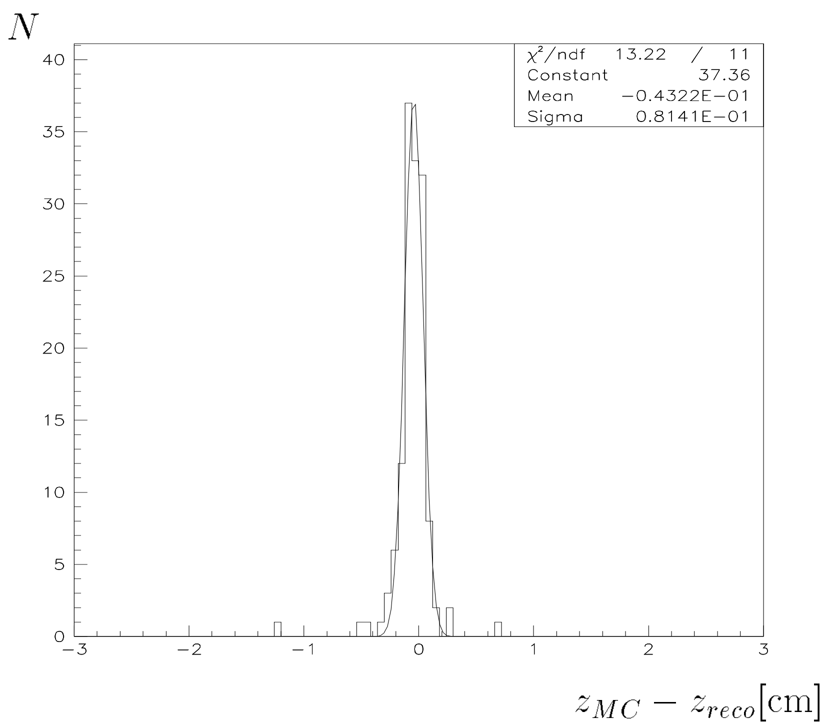

Abbildung 31: *Die Ortsauflösung in z–Richtung, aufgetragen als Differenz der Monte–Carlo– und der rekonstruierten z–Position*

Wie im vorherigen Abschnitt verdeutlicht und wie der Abb.28 oder 27 zu entnehmen ist, würde diese Auflösung ausreichen, um nach drei Jahren eine Messung des Mischungsparameters von $x_s = 17$ zu erreichen.
Dieser Wert wurde schon in [22] mit anderen Methoden berechnet und wird hier bestätigt. Durch eine Verbesserung der Vertexauflösung um einen Faktor zwei könnte der ganzen Bereich der im Standardmodell erlaubten x_s–Werte abgedeckt werden.

5.5.2 Vielfachstreuung und Strahlungshärte

Der größte Beitrag zur Unsicherheit über den Ort des Zerfalls kommt durch Vielfachstreuung zwischen Zerfallsvertex und dem Ort der Messung zustande. Es gilt folgender Zusammenhang für die Breite der Verteilung, solange die einfach geladenen Teilchen annähernd gaußförmig durch Coulombwechselwirkung mit Kernen gestreut werden [31]:

$$\sigma_\theta = \frac{14\ MeV}{\beta c\ p} \sqrt{\frac{X}{X_0}}\,[1 + 0.038\ ln\ \left(\frac{X}{X_0}\right)]. \tag{105}$$

θ ist der Winkel zwischen der Flugrichtung des Teilchens und der Detektorwand, $\frac{X}{X_0}$ bezeichnet die auf die Strahlungslänge normierte Dicke des Materials und p ist der Impuls des gestreuten Teilchens. Hier gilt mit der z–Achse in Strahlrichtung die Näherung

$$\sigma_z^2 = \left(\frac{14\ MeV}{p_t\ c} \sqrt{\frac{X}{X_0 sin\theta}}\ \cdot R \right)^2 + \sigma_{det}^2. \tag{106}$$

Der zweite Summand beinhaltet die restlichen detektorbedingten Beiträge zur Ortsauflösung. p_t ist der Transversalimpuls des in den Detektor eindringenden Teilchens und R bezeichnet den Abstand des Detektors von der Mitte des Strahlrohres.
Es ist klar, daß die bei HERA-B verwendete Roman–Pot–Konstruktion, bei der sich die Zähler in Aluminiumtaschen befinden und in das Strahlrohr hineinreichen, für die Auflösung große Vorteile hat: da die Teilchen nur relativ kleine Transversalimpulse haben, treffen sie fast senkrecht auf die Zähler, und es gilt $\frac{1}{sin\theta} \cong 1$. Die wesentliche Abhängigkeit ist damit durch

$$\sigma_z \sim \sqrt{\frac{X}{X_0}}\ \cdot R \tag{107}$$

gegeben[5]. Es gibt dann zwei Möglichkeiten, die Ortsauflösung in z–Richtung zu verbessern: Zum einen benutzt man möglichst dünne Schichten und Materialien großer Strahlungslänge, und zum anderen kann man den Abstand zum Strahl minimieren. Der minimale Abstand des Siliziumzählers vom Strahl ist durch die

[5]falls man annimmt, daß die Ortsauflösung durch die Vielfachstreuung bestimmt ist

Strahlenhärte des Detektors festgelegt. Dies soll im folgenden erläutert werden.
Durch Ionisierung entstehen Schäden an der Oberfläche der Siliziumzähler, insbesondere werden isolierende Schichten aufgeladen. Diese Art von Schäden schränkt die Laufzeit eines Siliziumdetektors jedoch nicht wesentlich ein, da die p–n–Übergänge intakt bleiben. Dramatischer sind die Effekte, die durch herausgeschlagene Gitteratome in tieferliegenden Schichten erzeugt werden, da sich die Dotierung verändert: Leckströme entstehen durch thermische Erzeugung von Elektron–Loch–Paaren. Außerdem kann die Signalamplitude durch die Reduzierung der Lebenszeit der Ladungsträger verkleinert werden. Nach genügend langer Strahlungsexposition kann schließlich die effektive Dotierung so stark verändert werden, daß sich ein n– in einen p–Halbleiter umwandelt. Diese Typinversion geschieht bei den bei HERA-B erzeugten Teilchen ab einigen $10^{13}\frac{Teilchen}{cm^2}$. Um diesen Effekten entgegenzuwirken, muß die Spannung erhöht werden, bis der Siliziumdetektor nicht mehr sicher betrieben werden kann.
Ein Siliziumdetektor der hier beschriebenen Art kann bis zu einer Belastung von etwa $2 \cdot 10^{14}\frac{Teilchen}{cm^2}$ benutzt werden.
Um die Strahlenbelastung des Siliziums bei HERA–B untersuchen zu können, wurden in einem Monte–Carlo–Simulationsprogramm inelastische Stöße von Protonen der Energie 820 GeV an Nukleonen eines Kupfertargets simuliert. Die Abstände der Drähte vom Strahl sind dabei als 4.6 mm in x–und 5.9 mm in y–Richtung festgesetzt. Es wurde angenommen, daß vier solcher Wechselwirkungen gleichzeitig auftreten.
Die Tabelle 5.5.2 zeigt die Positionen der Zähler in Strahlrichtung und ihre Abstände vom Strahl:

z [cm]	2.0	8.9	17.5	31.9	55.7	95.8	146.9	224.0	312.0	431.0
R [cm]	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	0.9	1.63	2.23	3.11	4.3

Die Teilchendichte wurde dann für einen Kreisring im Abstand r vom Strahl berechnet und gegen r aufgetragen. In Abbildung 32 ist die Strahlenbelastung der ersten 4 Zähler zu sehen. Angepaßt wurde eine Funktion der Form

$$f(r) = \frac{P_1}{(r - P_2)^{P_3}} \tag{108}$$

mit der drei freien Parametern P_1, P_2 und P_3. Man erkennt die $\frac{1}{r^2}$–Abhängigkeit der Teilchendichte daran, daß $P_3 \cong 2$ gilt. Der Abfall der Teilchendichte für sehr kleine Radien ist dadurch zu erklären, daß die untersuchten inelastischen Stöße in einem Halo–Target, das sich nicht in der Mitte des Strahles befindet, stattfinden. Die ersten, am meisten belasteten Zähler befinden sich bei r= 0.9 cm. Zieht man noch die Breite der Schutzringe von 2 mm ab, so befindet sich die aktive Fläche im Abstand von 1.1 cm. Dort herrscht für die ersten Zähler eine Teilchendichte von etwa $2\frac{Teilchen}{cm^2}$ pro Wechselwirkung eines Protonenpaketes mit dem Target. Damit erhält man für die Frequenz von 10 MHz und je vier überlagerten Wechselwirkungen $2 \cdot 10^7\frac{Teilchen}{cm^2 s}$. Die zulässige Belastung ist dann nach einer Laufzeit von etwa

$10^7 s$, also nach einem Jahr, erreicht, und die Siliziumzähler müssen ausgewechselt werden. Hinzu kommt, daß wegen der Instabilität des Proton–Strahles bereits früher Schäden entstehen können, die die maximale Laufzeit weiter verkürzen. Die Untersuchung der Strahlenbelastung wurde für alle 8 Zähler durchgeführt, wobei der letzte Zähler bereits zum inneren Spurkammersystem gehört. Abb.33 zeigt die Strahlenbelastung auf einer logarithmischen Skala.

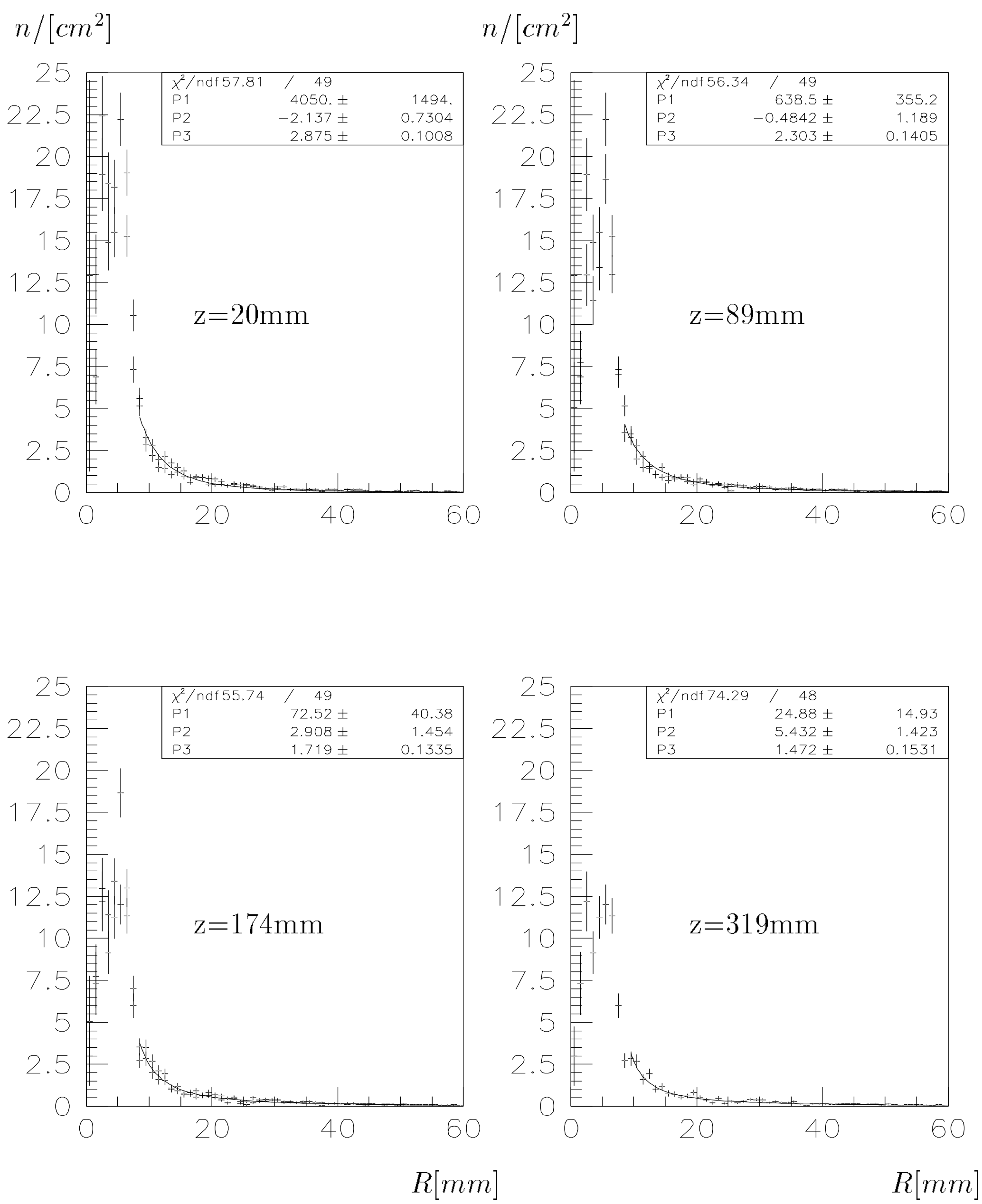

Abbildung 32: *Teilchendichte n im Vertexdetektor als Funktion des Abstandes R vom Strahl für vier Siliziummodule. 4 Wechselwirkungen wurden überlagert*

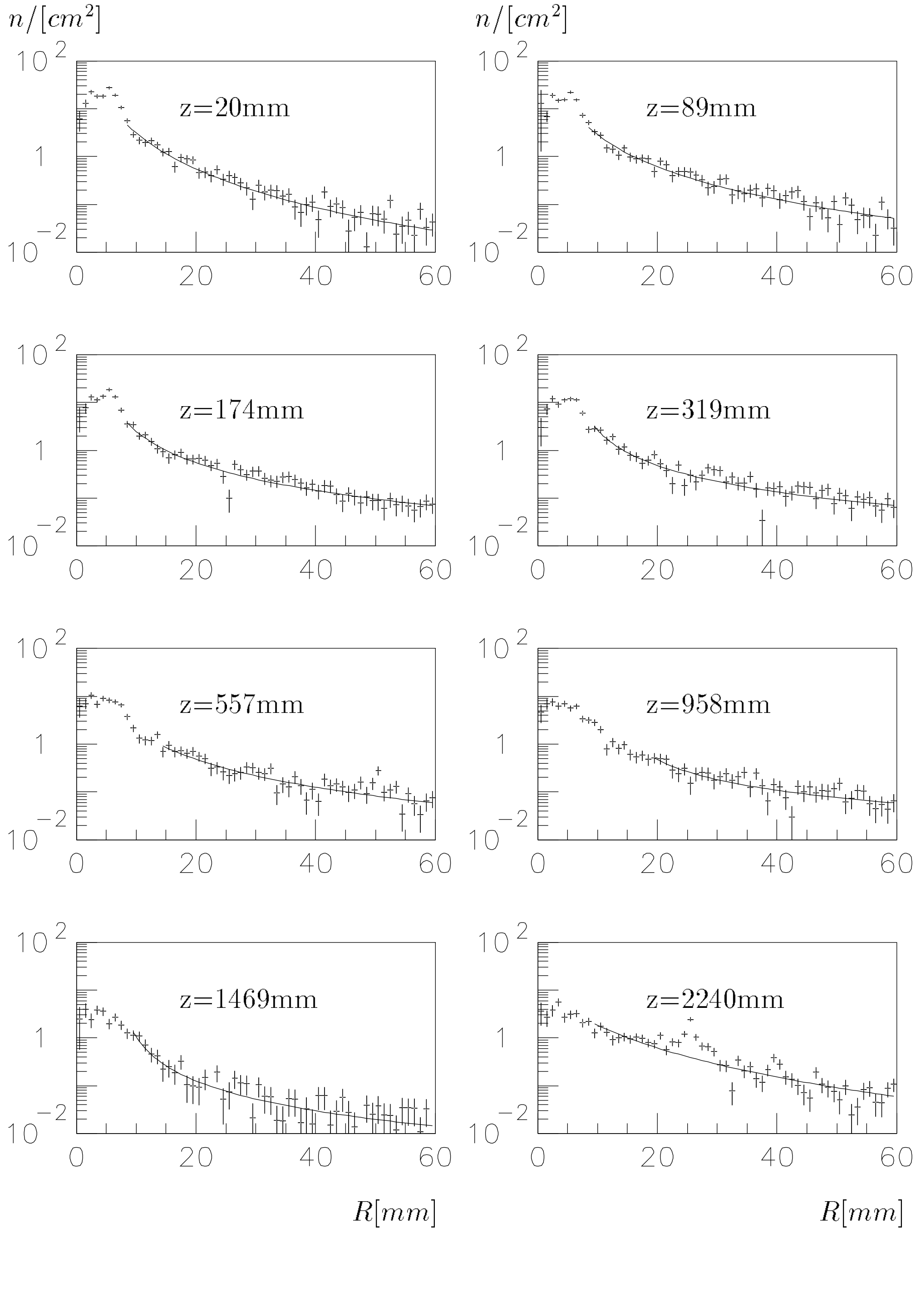

Abbildung 33: *Teilchendichte n im Vertexdetektor als Funktion des Abstandes R vom Strahl*

Um die für die Messung der $B_s^0\overline{B_s^0}$-Mischung ideale Auflösung von σ_z=0.4 mm zu erreichen, könnte man den Abstand zum Protonstrahl reduzieren. Bei kleineren Abständen vom Strahl müßte man solche Zähler bereits früher auswechseln. Es liegt nahe, eine andere Lösung für den Vertexdetektor zu suchen, die die Probleme der starken Vielfachstreuung und der Strahlenschäden vermeidet. In diesem Zusammenhang bietet sich ein Vertexdetektor mit szintillierenden Fasern an, bei deren Entwicklung in der letzten Zeit große Fortschritte gemacht wurden.

5.5.3 Szintillierende Fasern

Ein geeigneter Vertexdetektor aus szintillierenden Fasern kann aus dünnen, mit flüssigem Szintillator gefüllten Glaskapillaren hergestellt werden, die zu größeren Bündeln zusammengefaßt werden. Der Vorteil der szintillierenden Fasern ist die hohe Strahlungshärte und kurze Verarbeitungszeit von Signalen.
Szintillierende Fasern beruhen auf dem Prinzip, daß der Energieverlust durchkreuzender ionisierender Teilchen in Szintillationslicht verwandelt wird. Dies geschieht durch Energieübertragungsprozesse zwischen den Molekülen des Szintillators[32]. Szintillationslicht wird in der Faser an der Stelle des Teilchendurchgangs isotrop abgestrahlt und etwa 7% dieses Lichtes verbleibt durch Totalreflexion am Grenzübergang zur Glaswand in der Faser und wird so zum Ende der Faser transportiert[33]. Szintillierende Fasern sind also zugleich Teilchendetektoren und Lichtleitsysteme. Ein Ende der Faserbündel wird meistens verspiegelt, während das andere Ende in einer Ausleseeinheit mündet. Die Anzahl der Photonen am Ende der Faser ist bestimmt durch Effizienz und Strahlungslänge des Szintillators. Da nur wenige Photonen verbleiben (typischerweise 1–3 Photonen pro 20 μm) muß das Signal vor der Verarbeitung verstärkt werden.
Für den Vertexdetektor bei HERA–B könnten Fasern eines Durchmessers von 20 μm und einer Glasdicke von 2 μm verwendt werden. Sie werden zu Bündeln der Dicke 1 mm zusammengefaßt. Eine möglicher Detektor aus Fasen könnte aus 8 Lagen bestehen, wobei jede Lage wiederum aus vier Schichten von Faserbündeln besteht. Die Lagen bilden je zwei $64 \times 128mm$ große Hälften, die den Strahl umschließen. Eine solche Lösung hat dann 64000 auszulesende Kanäle[34]. Die Strahlungslänge der szintillierenden Fasern beträgt 280 μm, jede Lage hätte also eine relative Strahlungslänge von 1.4%. Um die gewünschte Ortsauflösung von σ_z=0.4 mm zu erreichen, muß der Abstand des Detektors zum Strahl 5 mm betragen. Ein Detektor aus szintillierenden Fasern kann einer 20mal stärkeren Strahlendosis als die beschriebenen Silizium–Zähler ausgesetzt werden, bevor er ausgewechselt werden muß. In diesem Fall wäre nach 2–3 Jahren die maximale Strahlendosis von 100 MIPS erreicht.
Für die Verstärkungs– und Ausleseeinheit sind derzeit zwei Möglichkeiten bekannt: zum einen kommt das sogenanntes "Elektron–Bombarding" in Frage, dabei erzeugt man mit einer Photokathode Elektronen. Diese werden dann durch eine Spannung von 20 kV im Vakuum beschleunigt und treffen auf einen Silizium–

Streifenzähler, der ähnlich wie bei Silizium–Zählern, ausgelesen wird. Eine andere Möglichkeit bietet die Verwendung von Photoelektronenvervielfachern. In diesem Fall wird eine optische Verbindung zwischen den Kapillaren und den Photoelektronenvervielfachern benötigt.
Beide Möglichkeiten der Ausleseeinheit befinden sich in der Entwicklung.

5.6 Zusammenfassung

In diesem Teil der Arbeit wurde erläutert, in welchem Bereich bei HERA–B der Mischungsparameter gemessen werden kann. Es hat sich gezeigt, daß die Ortsauflösung des Vertexdetektors die Messung des Mischungsparameters, der nach theoretischen und experimentellen Vorhersagen im Bereich

$$14 \leq x_s \leq 26$$

liegen soll, bestimmt. Nach drei Jahren Meßzeit bei HERA–B kann, mit dem bisherigen Aufbau des Vertexdetektors, der Mischungsparameter bis zu einem Wert von x_s=17 ausgeschlossen werden.
Es wurde außerdem gezeigt, daß schon eine Verbesserung der Auflösung um einen Faktor zwei, also von σ_z=0.8 mm auf σ_z=0.4 mm, die Messung bis zu einem Wert von x_s=30 erlauben würde. Diese Auflösung kann man z. B. mit einem Vertexdetektor aus szintillierenden Fasern erreichen. Der gesamte im Standardmodell erlaubte Bereich des Mischungsparameters könnte so abgedeckt werden.

A Anhang

A.1 Yukawa–Term

Allgemein lautet der Lagrangeterm, der die Kopplung von Fermionen an Higgsfelder beschreibt[3]:

$$\mathcal{L}(f,\Phi) = -h\ [(\overline{\Psi}_L\Phi)\Psi_R + \overline{\Psi}_R(\Phi^\dagger\Psi_L)] \tag{109}$$

mit der Kopplungsstärke h.
Für die Quarks lautet dies dann:

$$\mathcal{L}(q,\Phi) = -\sum_{j,k=1}^{3} (h'_q)_{jk}\ \overline{q}_L^j\ \Phi\ u_R^k\ +\ (h_q)_{jk}\ \overline{q}_L^j\ \Phi^c d_R^k, \tag{110}$$

wobei der Index j über die Quarkfamilie läuft:

$$q_L^1 = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L,\quad q_R^1 = u_R,\quad q_R^2 = d_R ...$$

und

$$\Phi^c = i\sigma_2\Phi^\star = \begin{pmatrix} \Phi^{0\star} \\ -\Phi^- \end{pmatrix}_L. \tag{111}$$

Setzt man nun das symmetriegebrochene Feld Φ ein, so ergibt sich:

$$\mathcal{L}(f,\Phi) = -\sum_{j,k=1}^{3} \Big((m_{jk})_U\ \overline{u}_L^j\ \ u_R^k\ +\ (m_{jk})_D\ \overline{d}_L^j\ d_R^k\Big)\left(1+\frac{H(x)}{v}\right)\ +\ h.c. \tag{112}$$

mit

$$(m_{jk})_U = (-h_q)_{jk}\cdot\frac{v}{\sqrt{2}}\ \text{ und }\ (\mathrm{m_{jk}})_\mathrm{D} = (-\mathrm{h'_q})_\mathrm{jk}\cdot\frac{\mathrm{v}}{\sqrt{2}}. \tag{113}$$

A.2 Boxdiagramm

Den Ausdruck

$$\Delta m = \frac{1}{m_{B_s}}\langle\ B_s^0|H_{\text{eff}}|\overline{B_s^0}\ \rangle, \tag{114}$$

kann man leicht berechnen, wenn man sich folgender Näherung bedient[3]:
es sei f_{B_s} die Zerfallskonstante des B_s–Mesons, die definiert ist durch

$$\langle\ 0|\overline{s}\gamma^\mu\gamma^5 b|\overline{B_s^0}\ \rangle \simeq i\sqrt{2}f_{B_s}p^\mu. \tag{115}$$

Nähert man nun

$$\begin{gathered}\langle\ B_s^0|(\overline{s}_L\gamma_\mu b_L)(\overline{s}_L\gamma^\mu b_L)|\overline{B_s^0}\ \rangle \approx \\ \langle\ B_s^0|(\overline{s}_L\gamma_\mu b_L)|0\ \rangle\langle\ 0|\overline{s}_L\gamma^\mu b_L)|\overline{B_s^0}\ \rangle,\end{gathered} \tag{116}$$

so ergibt sich

$$\langle\ B_s^0|(\overline{s}_L\gamma_\mu b_L)(\overline{s}_L\gamma^\mu b_L)|\overline{B_s^0}\ \rangle = \frac{2}{3} f_{B_s}^2 m_{B_s}^2, \tag{117}$$

und durch Einsetzen erhält man

$$\Delta m = \frac{G_F^2}{3\pi^2}\ f_{B_s}^2\ m_{B_s}^2\ |V_{tb}V_{ts}^\star|^2\ A\left(\frac{m_t^2}{M_W^2}\right)\ m_t^2. \tag{118}$$

In dieser Näherung ist der "Bagparameter" gerade 1.

A.3 Rekonstruktion des B_s–Meson–Impulses

Für den longitudinalen Impuls des Neutrinos im B_s–Ruhesystem erhält man zwei Werte:

$$p_{L_\nu}^\star = \pm\sqrt{E_\nu^{\star 2} - p_{T_{D\ell}}^{\star 2}} = \pm E_\nu^\star \cdot |cos\Theta_\nu^\star|. \tag{119}$$

Möchte man hieraus die durch die falsche Lösungen verursachte Impulsunschärfe des B_s–Mesons abschätzen, so muß man zunächst $p_{L_\nu}^\star$ in das Laborsystem transformieren:

$$p_{L_\nu} = \gamma(p_{L_\nu}^\star + \beta E_\nu^\star) \tag{120}$$

Die Differenz zwischen den Impulsen der richtigen und der falschen Lösung beträgt im Laborsystem

$$\Delta p_{L_\nu} = \gamma\Delta p_{L_\nu}^\star = 2\gamma E_\nu^\star \cdot |cos\Theta_\nu^\star|. \tag{121}$$

Mittelt man noch über den Winkel $\Theta^\star$, so ergibt sich

$$\langle\ \Delta p_{L_\nu}\ \rangle = \gamma E_\nu^\star. \tag{122}$$

Wegen

$$\langle\ \Delta p_{B_s}\ \rangle = \langle\ \Delta p_{L_\nu}\ \rangle \tag{123}$$

und

$$\gamma \approx \frac{p_{B_s}}{M_{B_s}} \tag{124}$$

erhält man schließlich für die Impulsauflösung der B_s–Mesonen:

$$\frac{\Delta p_B}{p_B} \approx \frac{E_\nu^\star}{M_{B_s}} \approx 15\% \tag{125}$$

mit $M_{B_s^0} = (5369.3 \pm 2)$ MeV[8] und $M_{D\ell} = 4.2$ GeV[22] Diese Impulsauflösung reicht nicht aus, um die Oszillationsstruktur noch messen zu können. Daher wird der von der falschen Lösung kommende Beitrag zum Hintergrund als exponentiell abfallend berücksichtigt.

A.4 Fouriertransformation

Die Fouriertransformierte der Funktion $\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_t} e^{-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}}$ berechnet sich durch

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\nu t} \, \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_t} e^{-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}} dt \;= \tag{126}$$
$$\sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\infty} cos(\nu t) \, \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_t} e^{-\frac{t^2}{2\sigma_t^2}} dt \;= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\nu^2 \sigma_t^2}{2}}.$$

A.5 Die $\Delta ln\mathcal{L}$–Methode

Für die χ^2–Funktion gilt[28]:

$$\chi^2 = -2 \; (ln\mathcal{L} + ln\sqrt{2 \; \pi} \; \sigma) \equiv -2 \; (ln\mathcal{L} + const) \tag{127}$$
$$= \sum_{i=1}^{3} \frac{(x - x_i)^2}{\sigma_i^2}.$$

Damit gilt dann für die Differenz der Erwartungswerte der Likelihoodfunktion an der Stelle x_s und demjenigen Wert, für den die Likelihoodfunktion den höchsten Nicht–Signalwert annimmt:

$$E(\Delta ln\mathcal{L}_{x_s}) = E(ln\mathcal{L}_{x_i}) - E(ln\mathcal{L}_{\infty}) = 0.5 \cdot n_\sigma^2 \; . \tag{128}$$

A.6 Der Limes $x_s \to \infty$

Der Ausdruck $ln(1 \pm f_{sig} D' cos x_\infty \tau \pm D f_{comb})$ wird im Limes $x_s \to \infty$ ausgewertet, indem man die Ersetzung

$$\begin{aligned} ln(1 \pm f_{sig} D' cos x_\infty \pm D f_{comb}) \;&\to\; \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\alpha \;\; ln(1 \pm D f_{comb} \pm f_{sig} D' cos\alpha) \\ &= \; \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} d\alpha \;\; ln(1 \pm D f_{comb} \pm f_{sig} D' cos\alpha) \\ &= \; ln \, \frac{1 \pm D f_{comb} + \sqrt{(1 \pm D f_{comb})^2 - (f_{sig} D')^2}}{2} \end{aligned}$$

mit [35]

$$\int_0^{\pi} ln(a \pm b cos x) \; dx = \pi \; ln \frac{a + \sqrt{a - b^2}}{2} \tag{129}$$

ausführt.

A.7 Varianz

Die Varianz eines Wertes $\hat{\theta}$ hängt mit seinem Fehler über $\sigma_{\hat{\theta}} = V(\hat{\theta})$ zusammen[29]. Es gilt für die Varianz des Wertes $\hat{\theta}$

$$V(\hat{\theta}) = \frac{1}{\left(-\frac{\partial^2 ln\mathcal{L}}{\partial\theta^2}\right)|_{\theta=\hat{\theta}}}, \tag{130}$$

wenn θ der einzige Parameter ist.
Ausgedrückt mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsfunktion $f(x|\theta)$ ist dies

$$-\frac{\partial^2 ln\mathcal{L}}{\partial\theta^2} = \sum_{i=1}^{N}\left(\frac{-\partial^2 ln f(x_i|\theta)}{\partial\theta^2}\right). \tag{131}$$

Der Erwartungs– oder Mittelwert ist dann

$$E\left(-\frac{\partial^2 ln\mathcal{L}}{\partial\theta^2}\right) = \int\sum_{i=1}^{N}\left(-\frac{\partial^2 lnf}{\partial\theta^2}\right) f dx \cong N\int\left(-\frac{\partial^2 lnf}{\partial\theta^2}\right) f dx, \tag{132}$$

dabei ist

$$-\frac{\partial^2 lnf}{\partial\theta^2} = -\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{1}{f}\frac{\partial f}{\partial\theta}\right) = \frac{1}{f^2}\left(\frac{\partial f}{\partial\theta}\right)^2 - \frac{1}{f}\left(\frac{\partial^2 f}{\partial\theta^2}\right). \tag{133}$$

Wenn die Integrationsgrenzen unabhängig von θ sind, kann man Integration und Differentiation vertauschen und der zweite Term fällt wegen der Normierung weg [30]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f dx = 1. \tag{134}$$

Man erhält dann

$$E\left(-\frac{\partial^2 ln\mathcal{L}}{\partial\theta^2}\right) = N\int\frac{1}{f}\left(\frac{\partial f}{\partial\theta}\right)^2 dx. \tag{135}$$

Damit ergibt sich schließlich für die Varianz:

$$\overline{V^{-1}(\hat{\theta})} = N\int\frac{1}{f}\left(\frac{\partial f^2}{\partial\theta}\right) dx. \tag{136}$$

Literatur

[1] A. Ali, Lectures presented at the XX. International Nathagali Summer College on Physics and Contemporary Needs, Bhurban, Pakistan(1995), to appear in the Proceedings, Nova Science Publishers, New York

[2] P. Schmüser, *Feynmangraphen und Eichtheorie für Experimentalphysiker*, Springer–Verlag, Berlin (1988)

[3] P. Collins, A. Martin, E. Squires in *Particle Physics and Cosmology*, J. Wiley & Sons (1989)

[4] N. Cabbibo, Phys. Rev. Letters 10(1963), 531

[5] M. Kobayashi and T. Maskawa, Prog. Theor. Phys. 49(1973), 652

[6] J. Rosner, Lectures presented at the VIII.J. A. Swieca Summer School Rio de Janeiro, Brazil(1995) to be published in World Scientific

[7] L. Wolfenstein, Phys. Rev. Letters 51(1983), 1945

[8] A. Ali, D. London Talk presented at the High-energy Physics International Euroconference on Quantum Chromodynamics (QCD 96), Montpellier, France (1996)

[9] R. Barnett et al. (Particle Data Group) Phys. Rev. D54 (1996), 1

[10] L. Gibbons (Cleo Collaboration), Invited Talk at the International Conference on High Energy Physics, Warsaw, ICHEP(1996), 6505

[11] S. L. Wu, Invited Talk at the XVII International Symposium on Lepton–Photon Interactions, Beijing, China(1995)

[12] H. Schröder in S. Stone *B–Decays*, World Scientific, Singapore (1994)

[13] H.Wittig, Invited talk presented at the 4th international Workshop on B–Physics at Hadron Machines, Rome, (1996)

[14] HERA–B, Technical Design Report, DESY–PRC Januar 1995

[15] A. Peisert, in F. Sauli(ed.) *Instrumentation in high energy physics*(1992)

[16] M. Medinnis, Nucl. Instr., A368(1995), 161

[17] W. Schmidt–Parzefall for the HERA–B Collaboration, Nucl. Instr. A368(1995), 124–132

[18] MAFIA–Handbook, The MAFIA Collaboration, Darmstadt(1991)

[19] G. Röper Diplomarbeit Universität Hamburg (1995)

[20] H. Czichos, *Grundlagen der Ingenieurwissenschaften* Springer-Verlag, Berlin(1989)

[21] A. Spiridonov, Vortrag auf dem HERA–B–Meeting 1995 und mündl. Mitteilung

[22] O. Mai im HERA–B Proposal, DESY–PRC März 1994 und Vortrag auf dem HERA–B–Meeting im März 1994

[23] H. Moser, Nucl. Instr. A295(1990), 435–442

[24] P. McBride, S.Stone, Nucl. Instr. A368(1995), 38

[25] J. Richmann, plenary talk at the International Conference on High Energy Physics, Warsaw, ICHEP96(1996)

[26] D. M. Jansen et. al., Phys. Rev. Letters 74(1995), 3118

[27] P. Nason, S. Dawson and K. R. Ellis, Nucl. Phys. B 303(1988), 607

[28] S. Brandt *Datenanalyse*, Wissenschaftsverlag, Mannheim(1996)

[29] A. Frodesen, O. Skjeggestad, H. Tøfte in *Probability and Statistics in Particle Physics* Universitetsforlaget, Bergen(1979)

[30] J. Orear *Notes on Statistics for Physicists*, Lectures at the Radiation Laboratory, Berkeley(1958)

[31] E. Lohrmann, *Hochenergiephysik*, Teubner Verlag, Stuttgart(1992)

[32] J. R. Lakowics, *Principles of fluorescence spectroscopy*, New York(1983)

[33] K. Höpfner, Doktorarbeit Humbold–Universität Berlin (1995)

[34] W. Schmidt–Parzefall, HERA–B–meeting 1996

[35] I. N. Bronstein, K. A. Semanjajew, *Taschenbuch der Mathematik*, Teubner Verlag, Stuttgart (1991)

Danksagung

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Schmidt–Parzefall für die Aufgabenstellung und die Betreuung dieser Arbeit.
Reinhard Eckmann, Thorsten Oest und Oliver Mai danke ich für ihre Hilfe und Betreuung der Arbeit sowie die Einweisung auf dem Computer.
Außerdem möchte ich mich bei der Gruppe F 15 für die freundliche Aufnahme bedanken, besonders bei Martin Breuer und Jörg Rieling für ihre Tips und Untestützung, bei Alexander Spiridonov für die Informationen über die Feldanalyse und bei Christian Oehser für die Mithilfe bei der Magnetfeldvermessung.
Mein Dank gilt auch W.Schwarz, F. Zimmerer und W. Beneke für die Mitarbeit und ihre Ideen bei der Kalibration und Vermessung der Magnetmeßmaschine.

Ich möchte an dieser Stelle auch meinen Eltern und meinen beiden Schwestern für ihr Verständnis und ihre Hilfe herzlich danken.